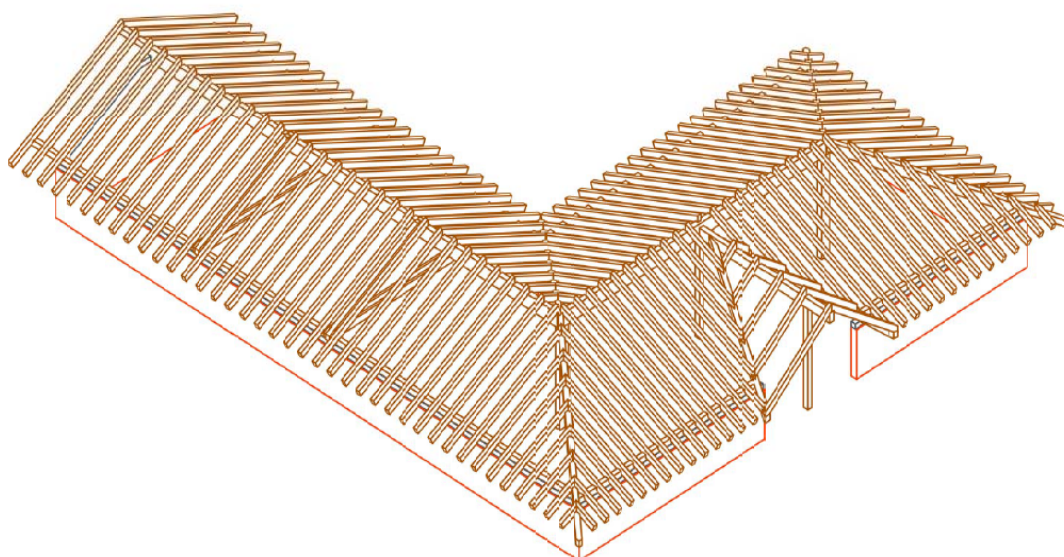
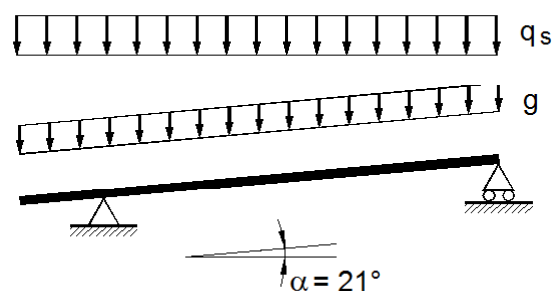


Esempio di progettazione di un tetto Disegno e documentazione per l'esecuzione

Mauro Andreolli

$$F_d = \gamma_{g1} \cdot G_{k1} + \gamma_{g2} \cdot G_{k2} + \gamma_q \cdot \left[Q_{1k} + \sum_{i=2}^{i=n} (\psi_{0i} \cdot Q_{ik}) \right]$$

$$X_d = \frac{k_{\text{mod}} \cdot X_k}{\gamma_M}$$



Esempio di dimensionamento di una copertura

1. Premessa

L'esempio mostra il dimensionamento della struttura di una copertura di un edificio. Il calcolo "agli stati limite" è stato eseguito in conformità al D.M. 14/01/2008 (Norme Tecniche per le Costruzioni, NTC 2008), considerando i coefficienti di sicurezza per le proprietà dei materiali e i valori di k_{mod} in linea con i valori proposti a livello europeo (quindi non considerando i valori riportati dalla norma nelle tabelle 4.4.III e 4.4.IV, in un primo tempo stralciate per essere successivamente approvate con il Decreto del 6 maggio 2008 (pubblicato sulla Gazzetta Ufficiale n. 153 del 2 luglio 2008).

Si fa inoltre riferimento, ove necessario, ai seguenti documenti:

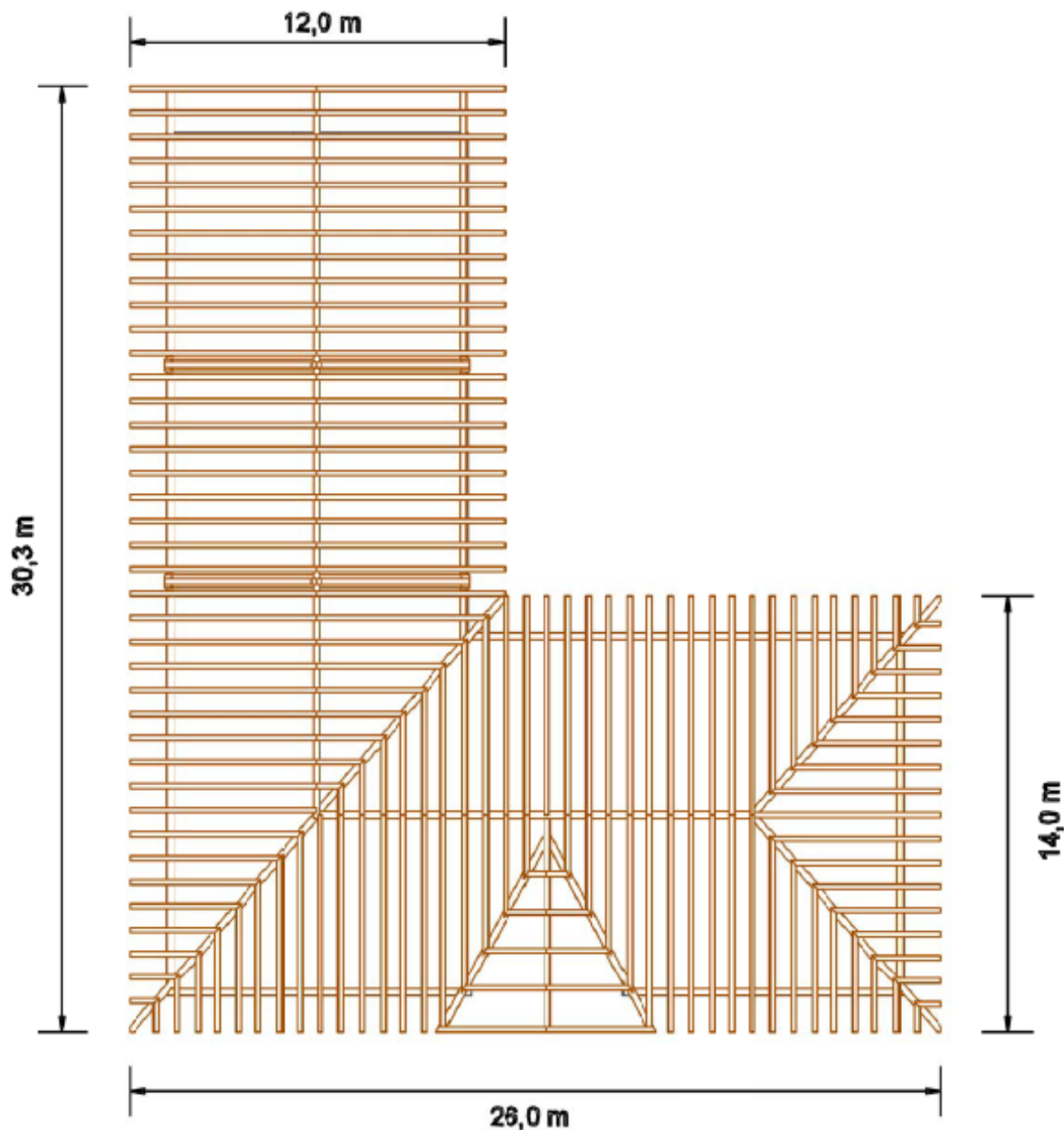
- UNI EN 1995-1-1: Eurocodice 5 - Progettazione delle strutture di legno - Parte 1-1: Regole generali - Regole comuni e regole per gli edifici
- CNR-DT 206/2007: Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo delle Strutture di Legno

2. La struttura

2.1 Dati di partenza

La costruzione si trova in provincia di Belluno, ad una altitudine sul livello del mare pari a 800 metri.

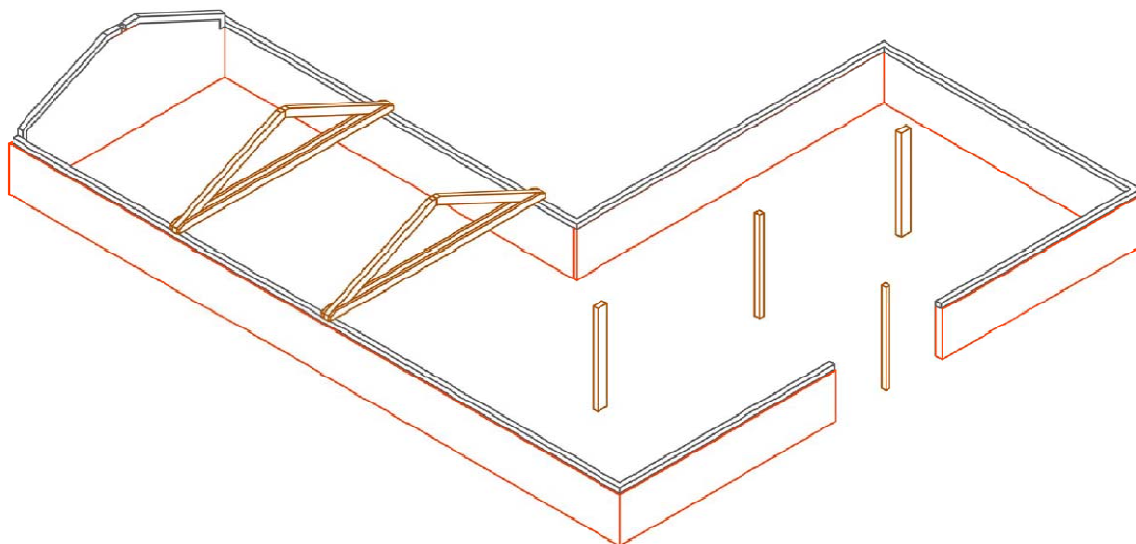
Le dimensioni della costruzione e della copertura sono indicate nella figura seguente:



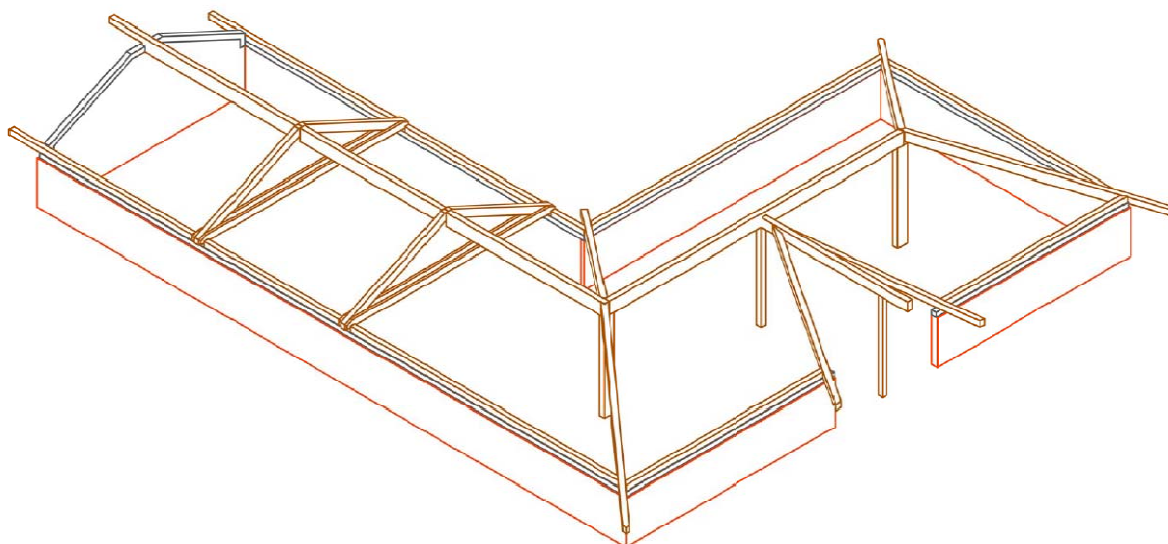
La copertura è formata da una trave di colmo principale su cui poggiano una serie di travi secondarie, a formare le due falde del tetto.

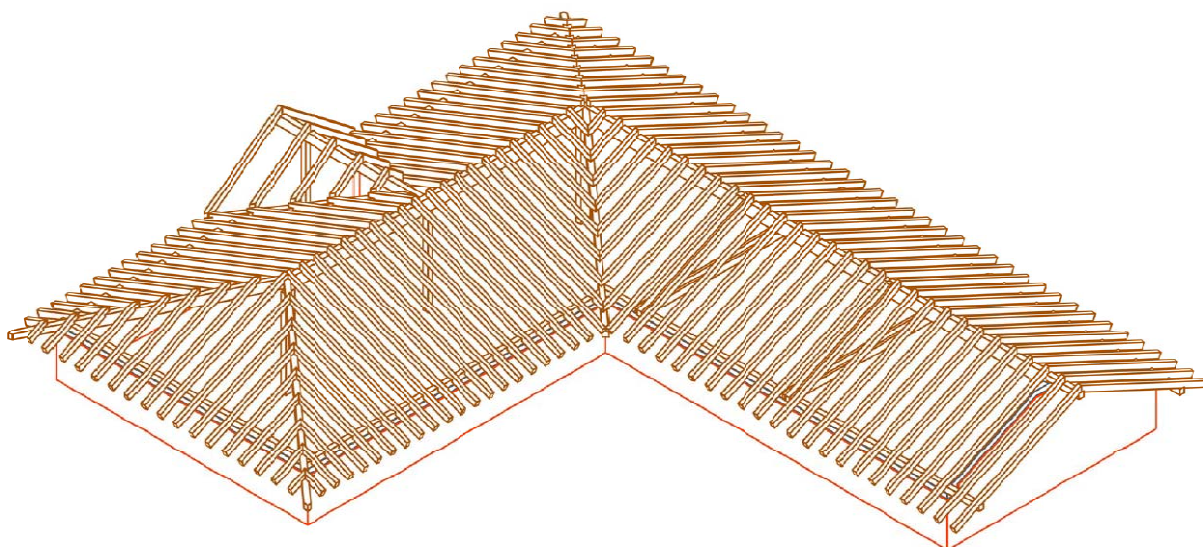
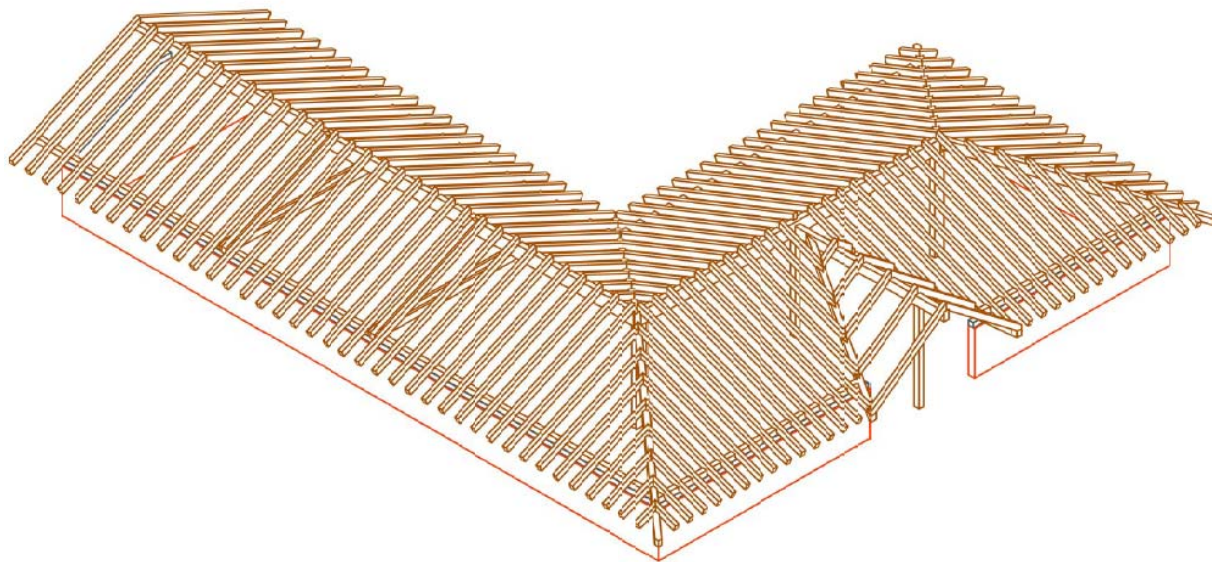
Per quanto riguarda la struttura in elevazione della costruzione, importante non tanto per il dimensionamento statico della copertura, quanto per la verifica sismica dell'intero edificio, si

ipotizza che le pareti perimetrali siano realizzate in muratura e sia presente un cordolo in calcestruzzo armato in sommità, sul quale è fissato un dormiente in legno al quale è appoggiata e collegata la travatura secondaria della copertura:



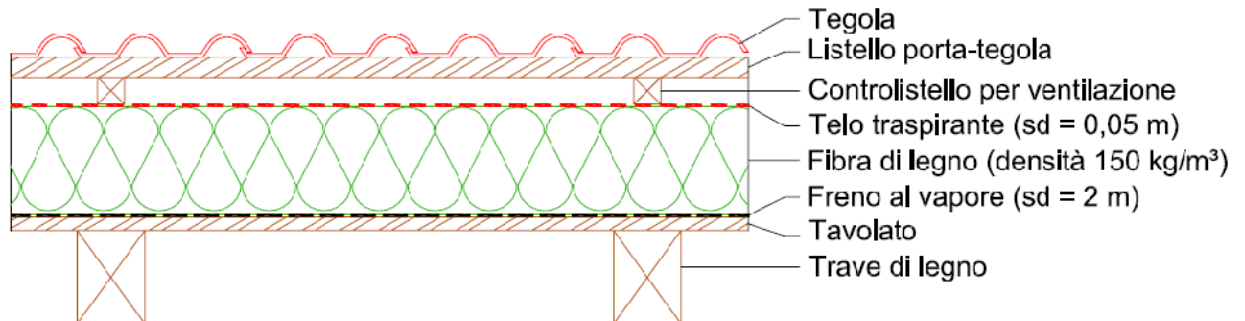
Nelle figure seguenti si riporta la struttura portante della copertura:





Il pacchetto di copertura prevede la seguente stratigrafia:

- perline in abete 20 mm
- freno al vapore (sd = 2 m)
- fibra di legno 160 mm (densità 150 kg/m³)
- telo traspirante (sd = 0,05 m)
- contro-listello per ventilazione
- listello porta-tegola
- tegola



2.2 Caratteristiche dei materiali

2.2.1 Legno massiccio

Si considera l'uso di legno massiccio di classe di resistenza C24. In accordo con "UNI EN 338:2004: Legno strutturale - Classi di resistenza" si ottengono i seguenti valori:

$$f_{m,k} = 24 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,k} = 2.5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 2.5 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 11000 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{mean} = 690 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_k = 420 \text{ kg/m}^3$$

2.2.2 Legno lamellare incollato

Si considera l'uso di legno lamellare incollato della classe di resistenza GL24h. In accordo con "UNI EN 1194:2000: Strutture di legno - Legno lamellare incollato - Classi di resistenza e determinazione dei valori caratteristici" si ottengono i seguenti valori:

$$f_{m,k} = 24 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,k} = 2.7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 2.7 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 11600 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{mean} = 720 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_k = 380 \text{ kg/m}^3$$

3. Carichi e combinazioni di calcolo

3.1 Introduzione

Le azioni agenti sono principalmente:

- pesi propri (strutturali e non strutturali)
- azione della neve
- azione del vento
- azione sismica

Le combinazioni delle azioni da adottarsi sono indicate al punto 2.5.3 del D.M. 14/01/2008:

- Combinazione fondamentale (SLU):

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots$$

- Combinazione caratteristica (rara):

$$G_1 + G_2 + Q_{k1} + \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots$$

- Combinazione frequente:

$$G_1 + G_2 + \psi_{11} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots$$

- Combinazione quasi permanente:

$$G_1 + G_2 + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots$$

dove:

G_1 : peso proprio degli elementi strutturali

G_2 : peso proprio degli elementi non strutturali

Q: azioni variabili

I valori dei coefficienti parziali di sicurezza valgono rispettivamente (dalla tabella 2.6.I della norma):

- Carichi permanenti strutturali: si considera un coefficiente γ_{G1} pari a 1,3 (oppure pari a 1 se il contributo dell'azione tende a far diminuire la sollecitazione considerata)
- Carichi permanenti non strutturali: si considera un coefficiente γ_{G2} pari a 1,5 (oppure pari a 0 se il contributo dell'azione tende a far diminuire la sollecitazione considerata)
- Carichi variabili: si considera un coefficiente γ_Q pari a 1,5 (oppure pari a 0 se il contributo dell'azione tende a far diminuire la sollecitazione considerata)

Le norme tecniche introducono quindi una distinzione tra pesi propri strutturali G_1 e pesi propri degli elementi non strutturali G_2 (si veda il punto 2.6 della citata norma), salvo poi specificare è comunque possibile utilizzare anche per i permanenti non strutturali i coefficienti previsti per i pesi propri strutturali, purché questi siano "compiutamente definiti".

A livello concettuale quindi le norme tecniche consentono di utilizzare coefficienti più bassi per i carichi permanenti strutturali (noti "con esattezza" allo strutturista), mentre prevedono valori più alti per i permanenti portati (in genere noti con minore precisione o soggetti a modifiche nel tempo). Nel caso in esame, progetto di una copertura in cui i permanenti portati sono considerati noti con esattezza, si assume per i coefficienti γ_{G1} e γ_{G2} lo stesso valore.

I valori dei coefficienti di combinazione valgono rispettivamente (dalla tabella 2.5.I della norma):

Categoria	Ψ_{0j}	Ψ_{1j}	Ψ_{2j}
Vento	0,6	0,2	0,0
Neve (a quota \leq 1000 m s.l.m.)	0,5	0,2	0,0
Neve (a quota $>$ 1000 m s.l.m.)	0,7	0,5	0,2

3.2 Pesì propri

3.2.1 Peso del pacchetto di copertura

- copertura di tegole	70,0 kg/m ²
- listelli e contro-listelli	3,0 kg/m ²
- telo traspirante	0,5 kg/m ²
- fibra di legno 160 mm (densità 150 kg/m ³)	24,0 kg/m ²
- perline in abete 20 mm	<u>12,0 kg/m²</u>
	109,5 kg/m ²

Il peso del pacchetto di copertura vale quindi:

$$g_2 \approx 1,09 \frac{kN}{m^2}$$

3.2.2 Peso delle travi secondarie

- sezione trave	240/160 mm
- peso specifico	6 kN/m ³

Il peso a metro delle travi secondarie vale quindi:

$$g_{1,sec} = \left(0.16 m \cdot 0.24 m \cdot 6.0 \frac{kN}{m^3} \right) \approx 0.23 \frac{kN}{m}$$

3.2.3 Peso della trave di colmo

- sezione trave	560/220 mm
- peso specifico	6 kN/m ³

Il peso a metro della trave di colmo vale quindi:

$$g_{1,colmo} = \left(0.22 \text{ m} \cdot 0.56 \text{ m} \cdot 6.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right) \approx 0.74 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

3.3 Carico neve

Il carico neve è valutato mediante la seguente espressione:

$$q_s = \mu_i \cdot q_{sk} \cdot C_E \cdot C_t$$

dove:

q_s è il carico neve sulla copertura

μ_i è il coefficiente di forma della copertura

q_{sk} è il valore caratteristico di riferimento del carico neve al suolo

C_E è il coefficiente di esposizione

C_t è il coefficiente termico

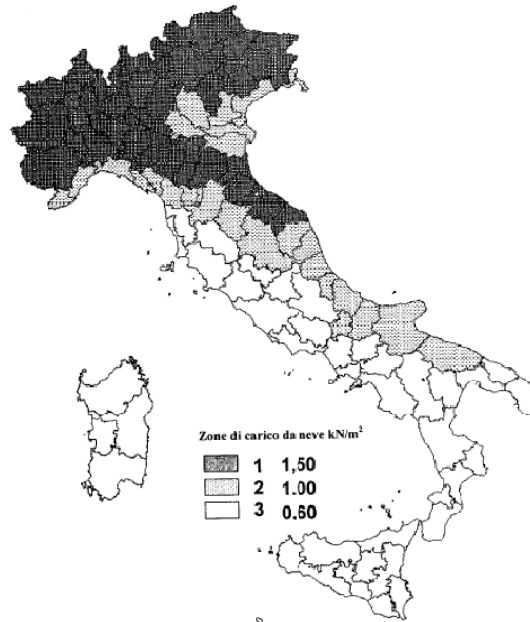
3.3.1 Valore caratteristico del carico neve al suolo

Per la zona I, comprendente anche la provincia di Belluno, si ha:

$$\begin{aligned} q_{sk} &= 1,50 \text{ kN/m}^2 & a_s &\leq 200 \text{ m} \\ q_{sk} &= 1,39 \cdot \left[1 + (a_s/728)^2 \right] \text{ kN/m}^2 & a_s &> 200 \text{ m} \end{aligned}$$

Per un'altitudine sul livello del mare pari a 800 m:

$$q_{sk} = 1,39 \cdot \left[1 + (800/728)^2 \right] = 3,07 \text{ kN/m}^2$$



3.3.2 Coefficiente di esposizione e termico

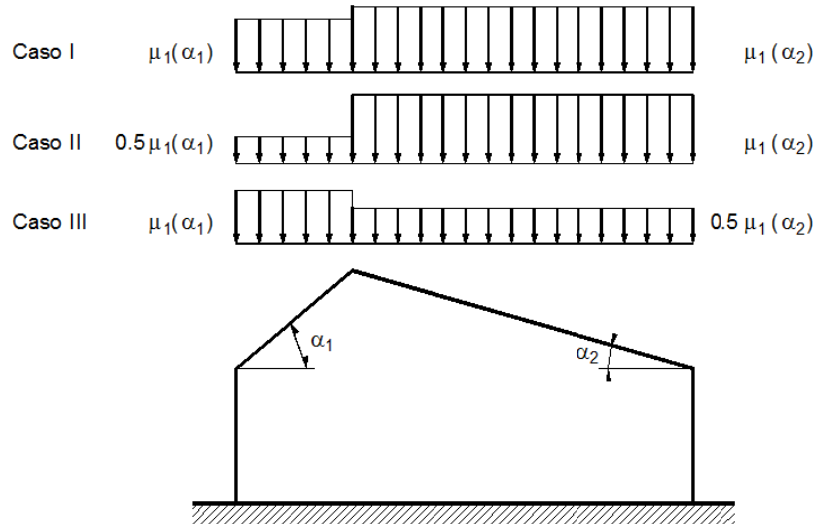
Si assume che l'edificio sia costruito in un'area in cui non è presente una significativa rimozione di neve dalla copertura per effetto del vento e quindi C_E è unitario.

Dato che la copertura è ben coibentata, non si ha riduzione del carico neve a causa dello scioglimento della stessa causata dalle perdite di calore, e quindi si assume C_t unitario.

3.3.3 Coefficiente di forma e valutazione del carico neve in copertura

Per coperture a due falde devono essere considerate le due seguenti principali disposizioni di carico:

- caso I: carico da neve depositata in assenza di vento
- caso II e III: carico da neve depositata in presenza di vento

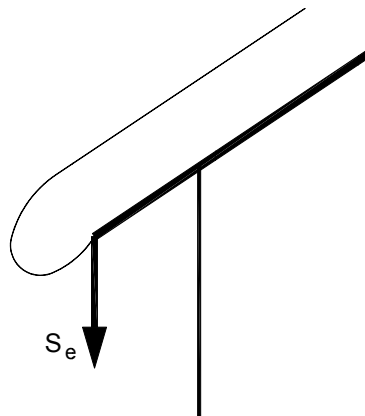


Il coefficiente di forma μ_i vale 0,8 (dato che l'inclinazione delle falde del tetto è inferiore a 30°) e quindi per la struttura in esame la condizione di carico più gravosa è quella di carico massimo pari a:

$$q_s = 0,8 \cdot 3,07 = 2,46 \text{ kN/m}^2$$

Per ulteriori indicazioni in merito al calcolo del carico neve si rimanda all'eurocodice UNI EN 1991-1-3 "Eurocodice 1 - Azioni sulle strutture - Parte 1-3: Azioni in generale - Carichi da neve". In particolare:

- si trascura per semplicità la presenza di eventuali accumuli di neve nel compluvio formato dalla copertura;
- non si considera il caso di neve aggettante rispetto al bordo della copertura per la verifica degli sbalzi (l'eurocodice raccomanda di considerare tale condizione di carico per località poste a quota maggiore di 800 m sul livello del mare).



3.4 Carico vento

La pressione del vento è data dall'espressione:

$$q_w = q_b \cdot c_e \cdot c_p \cdot c_d$$

dove:

q_b è la pressione cinetica di riferimento

c_e è il coefficiente di esposizione

c_p è il coefficiente di forma

c_d è il coefficiente dinamico

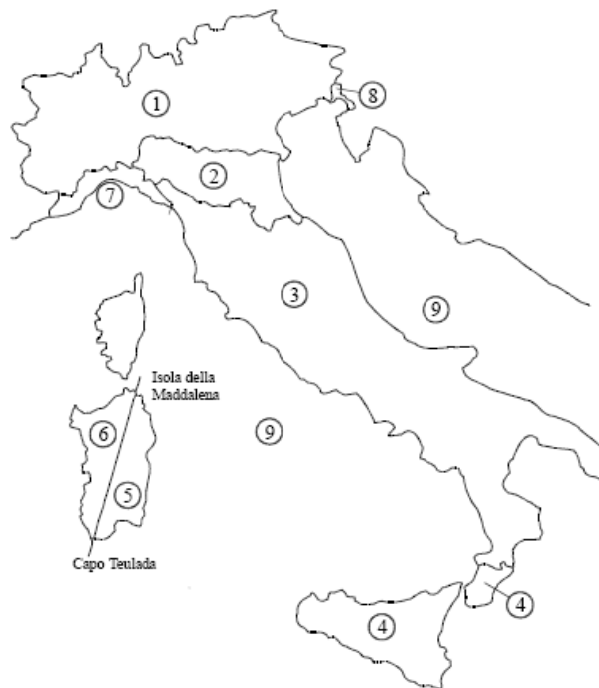
3.4.1 Velocità e pressione cinetica di riferimento

La velocità di riferimento v_b è data dall'espressione:

$$\begin{aligned} v_b &= v_{b,0} & a_s &\leq a_0 \\ v_b &= v_{b,0} + k_a \cdot (a_s - a_0) & a_0 < a_s &\leq 1500 \text{ m} \end{aligned}$$

dove $v_{b,0}$, a_0 , k_a sono parametri legati alla zona in cui sorge la costruzione. In zona 1:

$$v_{b,0} = 25 \text{ m/s} \quad a_0 = 1000 \text{ m} \quad k_a = 0,010 \text{ s}^{-1}$$



Quindi per un'altitudine sul livello del mare pari a 800 m:

$$v_b = 25 \text{ m/s}$$

La pressione cinetica di riferimento q_b vale quindi:

$$q_b = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_b^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (25 \text{ m/s})^2 = 390,62 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 0,39 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

3.4.2 Coefficiente di esposizione

Il coefficiente di esposizione è dato dall'espressione:

$$c_e(z) = k_r^2 \cdot c_t \cdot \ln(z/z_0) \cdot [7 + c_t \cdot \ln(z/z_0)] \quad z \geq z_{\min}$$

$$c_e(z) = c_e(z_{\min}) \quad z < z_{\min}$$

Per una categoria di esposizione del sito pari a IV:

$$k_r = 0,22 \quad z_0 = 0,30 \text{ m} \quad z_{\min} = 8 \text{ m}$$

Dato che l'altezza della costruzione è inferiore a z_{\min} :

$$c_e(z) = k_r^2 \cdot c_t \cdot \ln(z_{\min}/z_0) \cdot [7 + c_t \cdot \ln(z_{\min}/z_0)]$$

$$c_e(z) = (0,22)^2 \cdot 1 \cdot \ln(8/0,30) \cdot [7 + 1 \cdot \ln(8/0,30)] = 1,63$$

3.4.3 Coefficiente di esposizione e valutazione del carico vento

Si fa riferimento a quanto riportato nel documento CNR-DT 207/2008 "Istruzioni per la valutazione delle azioni e degli effetti del vento sulle costruzioni".

- Pressioni interne:

Si assume la costruzione come stagna e quindi $c_{pi} = 0$

- Pressioni esterne:

Si osserva che per vento incidente perpendicolare alla direzione del colmo, nel caso di falda sopravvento, le pressioni possono cambiare rapidamente da valori negativi a valori positivi, per cui sono forniti valori dei coefficienti di pressione con entrambi i segni. In fase di verifica in generale si devono considerare ambedue le condizioni di carico.

Falda con pendenza α pari a 25° , vento ortogonale alla direzione del colmo:

$$\text{Sopravvento: } c_{pe} = -1,0 + (\alpha + 15) / 75 = -0,47$$

$$c_{pe} = \alpha / 75 = +0,33$$

Sottovento: $c_{pe} = -0,6 + (\alpha - 15) / 100 = -0,50$

Falda con pendenza α pari a 21°, vento ortogonale alla direzione del colmo:

Sopravento: $c_{pe} = -1,0 + (\alpha + 15) / 75 = -0,52$

$$c_{pe} = \alpha / 75 = +0,28$$

Sottovento: $c_{pe} = -0,6 + (\alpha - 15) / 100 = -0,54$

Quindi il carico vento sulla copertura vale:

Falda con pendenza α pari a 25°, vento ortogonale alla direzione del colmo:

Sopravento: $q_w = 0,39 \frac{kN}{m^2} \cdot 1,63 \cdot (-0,47) = -0,30 \frac{kN}{m^2}$

$$q_w = 0,39 \frac{kN}{m^2} \cdot 1,63 \cdot 0,33 = 0,21 \frac{kN}{m^2}$$

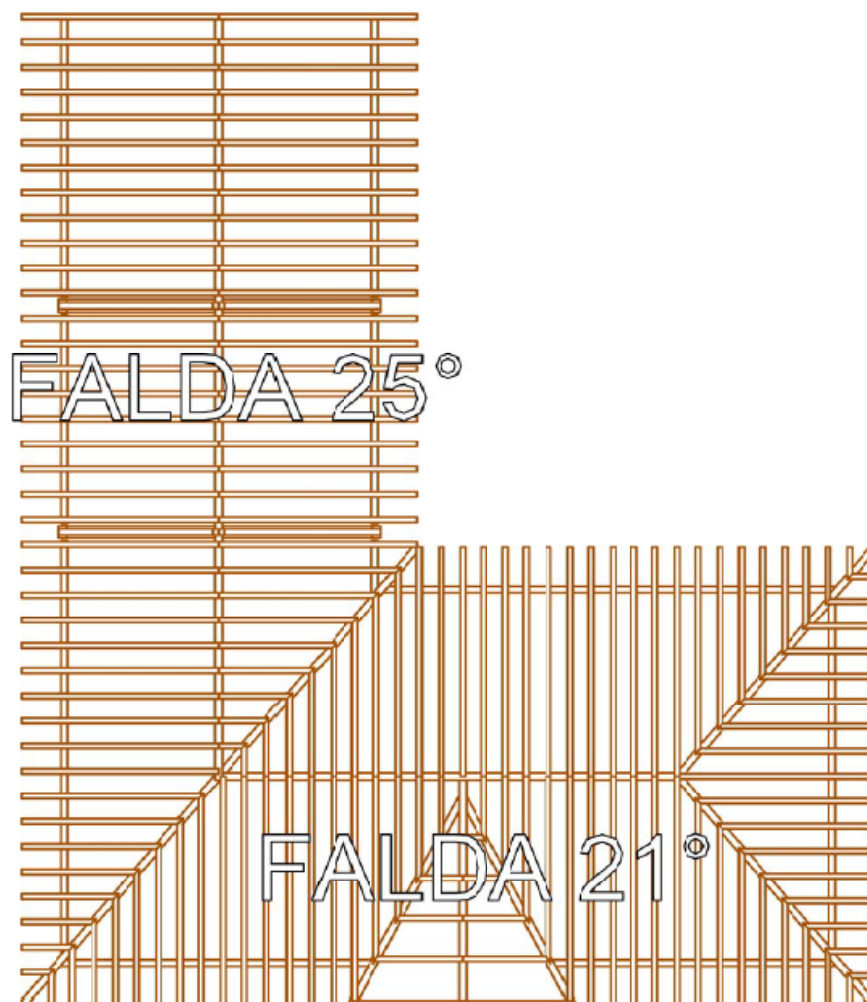
Sottovento: $q_w = 0,39 \frac{kN}{m^2} \cdot 1,63 \cdot (-0,50) = -0,32 \frac{kN}{m^2}$

Falda con pendenza α pari a 21°, vento ortogonale alla direzione del colmo:

Sopravento: $q_w = 0,39 \frac{kN}{m^2} \cdot 1,63 \cdot (-0,52) = -0,33 \frac{kN}{m^2}$

$$q_w = 0,39 \frac{kN}{m^2} \cdot 1,63 \cdot 0,28 = 0,18 \frac{kN}{m^2}$$

Sottovento: $q_w = 0,39 \frac{kN}{m^2} \cdot 1,63 \cdot (-0,54) = -0,34 \frac{kN}{m^2}$



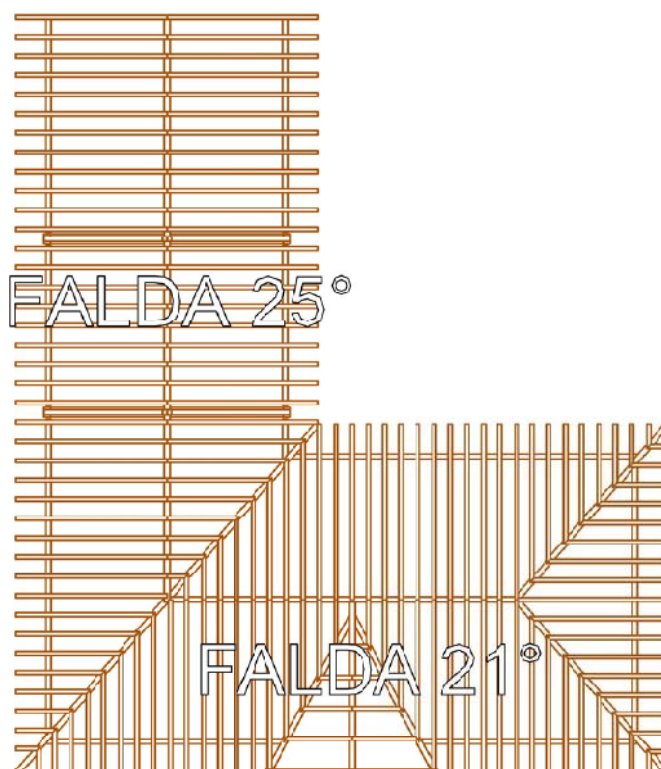
4. Travi secondarie

4.1 Geometria e carichi

Nel calcolo si considerano tutte le azioni agenti sulla struttura:

- il peso proprio della struttura e della costruzione
- il carico dovuto all'azione della neve
- il carico dovuto all'azione del vento

Con riferimento alla generica trave secondaria, appoggiata sul muro esterno della costruzione e sulla trave di colmo, si ha quindi:



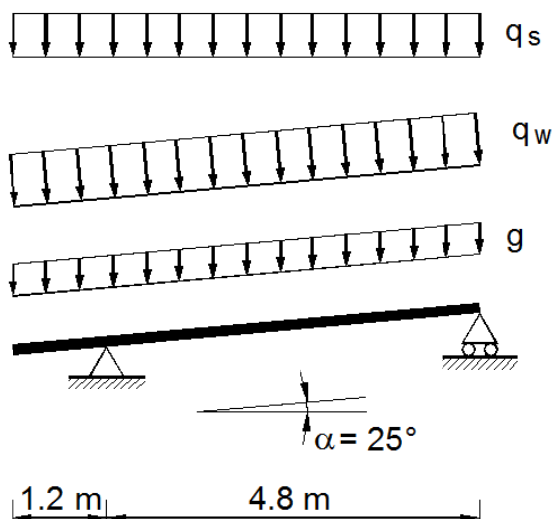
Falda con pendenza α pari a 25°

Materiale: Legno lamellare GL24h

Sezione: 240/160 mm

Interasse: $i = 77$ cm

Schema statico:



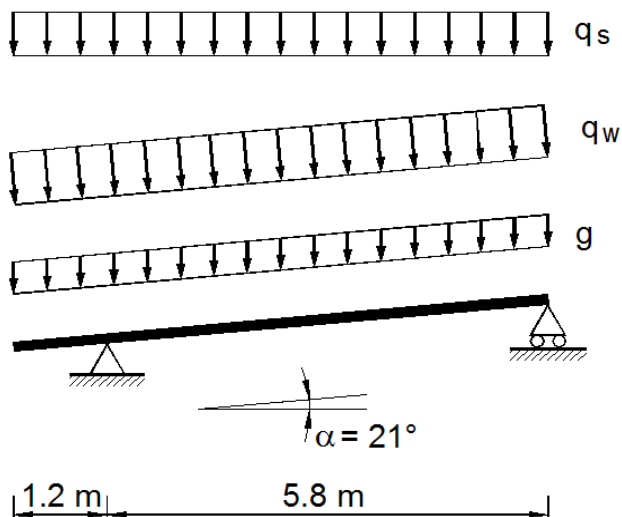
Falda con pendenza α pari a 21°

Materiale: Legno lamellare GL24h

Sezione: 240/160 mm

Interasse: $i = 66$ cm

Schema statico:



Si riporta la verifica delle travi secondarie della falda con pendenza 21° (maggiormente sollecitate).

Le azioni agenti valgono:

Azioni permanenti:

Le azioni permanenti sono date dal peso proprio del pacchetto di copertura e dal peso proprio delle travi. Considerando un interasse fra le travi di 0,66 m si ottiene il seguente valore caratteristico:

$$G_2 = g_2 \cdot i = 1,09 \frac{kN}{m^2} \cdot 0,66 m = 0,72 \frac{kN}{m}$$

$$G_1 = g_{1,sec} = 0,23 \frac{kN}{m}$$

Azioni variabile neve:

$$Q_s = q_s \cdot i = 2,46 \frac{kN}{m^2} \cdot 0,66 m = 1,62 \frac{kN}{m}$$

Azioni variabile vento:

Nel caso di falda sottovento si ha una depressione, mentre nel caso di falda sopravvento l'azione può essere sia negativa che positiva:

Sopravento: $Q_w = q_w \cdot i = -0,33 \frac{kN}{m^2} \cdot 0,66 m = -0,22 \frac{kN}{m}$

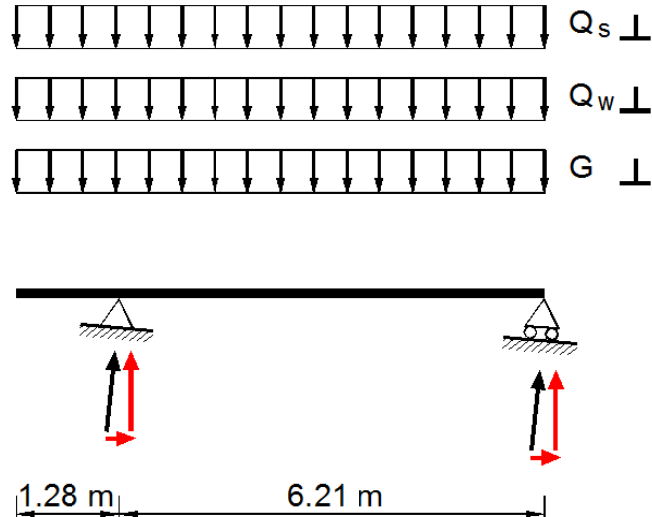
$$Q_w = q_w \cdot i = +0,18 \frac{kN}{m^2} \cdot 0,66 m = +0,12 \frac{kN}{m}$$

Sottovento: $Q_w = q_w \cdot i = -0,34 \frac{kN}{m^2} \cdot 0,66 m = -0,22 \frac{kN}{m}$

4.2 Calcolo delle sollecitazioni agli stati limite ultimi

4.2.1 Proiezione dei carichi in copertura

Per determinare le azioni interne sulla trave inclinata si procede scomponendo i carichi agenti in direzione ortogonale e parallela alla trave stessa, eseguendo il calcolo delle azioni e delle deformate su una trave di lunghezza avente luce pari a $l' = l / \cos\alpha$ caricata dall'azione q ortogonale.



Si ottengono i seguenti carichi proiettati in direzione ortogonale:

Azioni permanenti:

$$G_{2\perp} = G_2 \cdot \cos 21^\circ = 0,67 \frac{kN}{m}$$

$$G_{1\perp} = G_1 \cdot \cos 21^\circ = 0,21 \frac{kN}{m}$$

Azioni variabile neve:

$$Q_{s\perp} = Q_{s\perp} \cdot (\cos 21^\circ)^2 = 1,41 \frac{kN}{m}$$

Azioni variabile vento:

$$Q_{w\perp} = Q_w = 0,12 \frac{kN}{m}$$

Nel caso in esame si osserva che l'entità del vento in depressione non è in grado di sollevare la struttura o parte di essa e quindi non si considerano combinazioni di tale tipo; d'altro canto il contributo dell'azione del vento in pressione è molto modesto. Nel caso di coperture di questo tipo, in zona non particolarmente esposta al vento, l'influenza del vento sul dimensionamento degli elementi è in genere modesta.

4.2.2 Combinazioni di calcolo

Le combinazioni delle azioni da adottarsi in accordo con il punto 2.5.3 del D.M. 14/01/2008 sono:

$$F_d = \gamma_{g1} \cdot G_{k1} + \gamma_{g2} \cdot G_{k2} + \gamma_q \cdot \left[Q_{1k} + \sum_{i=2}^{i=n} (\psi_{0i} \cdot Q_{ik}) \right]$$

Dato che la durata dell'azione influenza la resistenza del materiale, a ciascuna azione deve essere attribuita una classe di durata del carico secondo la tabella seguente:

Classe di durata del carico	Durata del carico	Esempio
Permanente	più di 10 anni	Peso proprio
Lunga durata	6 mesi - 10 anni	Carichi variabili di depositi
Media durata	1 settimana - 6 mesi	Carichi variabili in generale
Breve durata	meno di 1 settimana	Neve
Istantanea	--	Vento, sisma

Nel caso di combinazioni di carichi di durata differente si deve far riferimento al carico con la durata più breve per la determinazione della classe di durata della combinazione. Sono infatti le sollecitazioni di valore più elevato a causare il danneggiamento e quindi la rottura del materiale: queste sollecitazioni sono presenti soltanto durante l'azione contemporanea di tutti i carichi previsti dalla combinazione considerata, che si verifica soltanto durante un lasso di tempo pari alla durata dell'azione di più breve durata fra quelle contenute nella combinazione considerata.

Le combinazioni significative sono quindi:

Combinazione I: Permanente

$$F_{d,I} = \gamma_{g1} \cdot G_{1\perp} + \gamma_{g2} \cdot G_{2\perp}$$

$$F_{d,I} = 1,3 \cdot 0,67 \frac{kN}{m} + 1,3 \cdot 0,21 \frac{kN}{m} = 1,14 \frac{kN}{m}$$

Combinazione II: Breve durata

$$F_{d,II} = \gamma_{g1} \cdot G_{1\perp} + \gamma_{g2} \cdot G_{2\perp} + \gamma_q \cdot Q_{s\perp}$$

$$F_{d,II} = 1,3 \cdot 0,67 \frac{kN}{m} + 1,3 \cdot 0,21 \frac{kN}{m} + 1,5 \cdot 1,41 \frac{kN}{m} = 3,26 \frac{kN}{m}$$

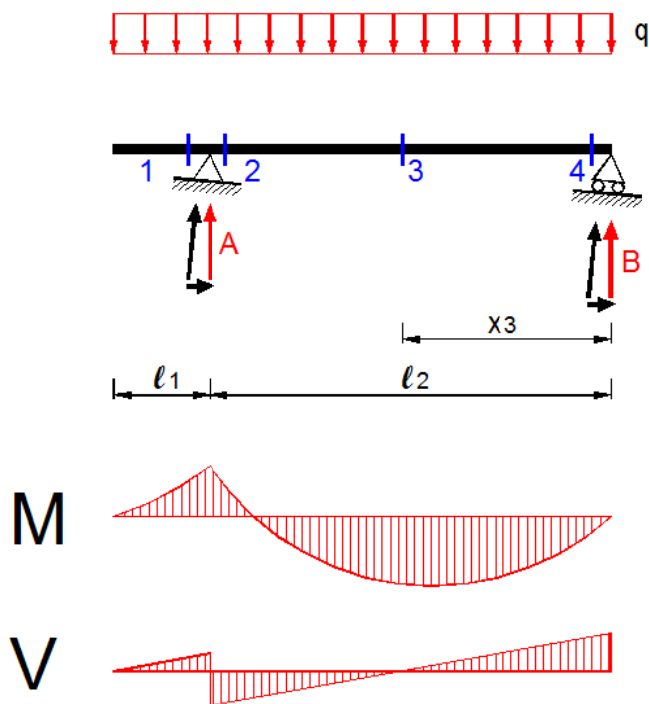
Combinazione III: Istantanea

$$F_{d,III} = \gamma_{g1} \cdot G_{1\perp} + \gamma_{g2} \cdot G_{2\perp} + \gamma_q \cdot Q_{s\perp} + \gamma_q \cdot Q_{w\perp}$$

$$F_{d,III} = 1,3 \cdot 0,67 \frac{kN}{m} + 1,3 \cdot 0,21 \frac{kN}{m} + 1,5 \cdot 1,41 \frac{kN}{m} + 1,5 \cdot 0,12 \frac{kN}{m} = 3,50 \frac{kN}{m}$$

4.2.3 Calcolo delle sollecitazioni

Il calcolo delle sollecitazioni può avvenire considerando un carico uniformemente distribuito su tutta la trave (trascurando per semplicità il fatto che in realtà il carico presente sullo sbalzo riduce leggermente le sollecitazioni in campata quindi dovrebbe essere coefficientato in modo diverso):



Reazioni:

$$R_A = \frac{q}{2 \cdot l_2} \cdot (l_1 + l_2)^2 \quad R_B = \frac{q}{2 \cdot l_2} \cdot (l_2^2 - l_1^2)$$

Taglio:

$$V_1 = q \cdot l_1 \quad V_2 = R_A - V_1 = \frac{q}{2 \cdot l_2} \cdot (l_1 + l_2)^2 - q \cdot l_1$$

$$V_4 = R_B = \frac{q}{2 \cdot l_2} \cdot (l_2^2 - l_1^2)$$

Momento:

$$M_A = -\frac{q \cdot l_1^2}{2} \quad M_3 = R_B \cdot x_3 - \frac{q \cdot x_3^2}{2} \quad x_3 = \frac{l_2^2 - l_1^2}{2 \cdot l_2}$$

Nella tabella seguente si riportano le azioni interne determinanti per le verifiche allo stato limite ultimo, nelle sezioni maggiormente sollecitate:

$$x_3 = 2,973 \text{ m}$$

	R _A [kN]	R _B [kN]	V ₁ [kN]	V ₂ [kN]	V ₄ [kN]	M ₁ = M ₂ [kNm]	M ₃ [kNm]
F _{d,I}	5,15	3,39	1,46	3,69	3,39	0,93	5,04
F _{d,II}	14,73	9,69	4,17	10,55	9,69	2,67	14,41
F _{d,III}	15,81	10,41	4,48	11,33	10,41	2,87	15,47

4.3 Verifiche di sicurezza

4.3.1 Valori di calcolo della resistenza

I valori della resistenza di calcolo si ottengono mediante la relazione:

$$X_d = \frac{k_{\text{mod}} \cdot X_k}{\gamma_M}$$

dove:

k_{mod} è il coefficiente di correzione che tiene conto degli effetti della durata del carico e dell'umidità

X_k è il valore caratteristico di una proprietà di resistenza

γ_M è il coefficiente parziale di sicurezza per il materiale

Nel caso in esame il valore di γ_M viene assunto pari a 1,25 secondo quanto proposto dall'eurocodice 5 (1,45 secondo quanto proposto dalle norme tecniche).

La copertura è da considerarsi nella classe di servizio 1 per quanto riguarda gli elementi all'interno della costruzioni (ambiente interno e riscaldato) e nella classe di servizio 2 per quanto riguarda le parti di travi all'esterno dei muri della costruzione, ma comunque protette dal pacchetto di copertura dall'esposizione diretta alle intemperie (ambiente esterno e riparato).

Conseguentemente, secondo l'eurocodice 5, si ha:

<u>Combinazione I:</u>	Permanente	$k_{\text{mod},I} = 0,60$
<u>Combinazione II:</u>	Breve durata	$k_{\text{mod},II} = 0,90$
<u>Combinazione III:</u>	Istantanea	$k_{\text{mod},III} = 1,10$

4.3.2 Combinazione delle azioni determinante per le verifiche

Le combinazioni di carico definite differiscono sia per la loro entità che per la durata del carico. Le verifiche allo stato limite ultimo sono nella forma:

$$F_d \leq X_d$$

Si può quindi determinare a priori la combinazione determinante in fase di verifica. Infatti dal momento che:

$$\frac{F_{d,I}}{k_{\text{mod},I}} = \frac{1,14}{0,60} = 1,90$$

$$\frac{F_{d,II}}{k_{\text{mod},II}} = \frac{3,26}{0,90} = 3,62$$

$$\frac{F_{d,III}}{k_{\text{mod},III}} = \frac{3,50}{1,10} = 3,18$$

si deduce che la combinazione determinante in fase di verifica è la II in quanto ha il peggior rapporto tra carichi e coefficiente k_{mod} .

4.3.3 Verifica della resistenza a flessione

La sollecitazione massima è nella sezione 3 e vale (per la combinazione II) 14,41 kNm. La verifica prevede la seguente disuguaglianza:

$$\sigma_{m,d} \leq k_{\text{crit}} \cdot f_{m,d}$$

dove il coefficiente di instabilità flesso-torsionale $k_{\text{crit}} = 1$ poiché lo svergolamento delle travi è impedito dal pacchetto di copertura.

Si ha:

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{160 \cdot 240^2}{6} = 1,54 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_d}{W} = \frac{14,41 \cdot 10^6}{1,54 \cdot 10^6} = 9,36 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 24}{1,25} = 17,28 \text{ N/mm}^2$$

La resistenza a flessione è dunque verificata:

$$\sigma_{m,d} \leq f_{m,d} \text{ in quanto } 9,36 \text{ N/mm}^2 \leq 17,28 \text{ N/mm}^2$$

4.3.4 Verifica della resistenza a taglio

La sollecitazione massima è nella sezione 2 e vale (per la combinazione II) 10,55 kN. La verifica prevede la seguente disuguaglianza:

$$\tau_d \leq f_{v,d}$$

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot h} = \frac{1,5 \cdot 10,55 \cdot 10^3}{160 \cdot 240} = 0,41 \text{ N/mm}^2$$

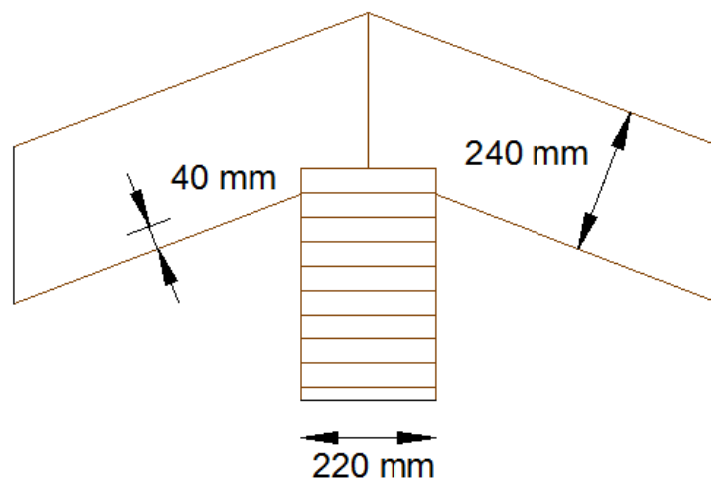
$$f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 2,7}{1,25} = 1,94 \text{ N/mm}^2$$

La resistenza a taglio è dunque verificata:

$$\tau_d \leq f_{v,d} \text{ in quanto } 0,41 \text{ N/mm}^2 \leq 1,94 \text{ N/mm}^2$$

4.3.5 Verifica di resistenza nella sezione di appoggio sulla trave di colmo

L'appoggio della trave inclinata sulla trave di colmo può essere concepito in diversi modi. Essenziale è la creazione di una superficie orizzontale di contatto fra la trave di colmo e la trave della struttura secondaria, in modo da permettere la trasmissione delle forze verticali in modo diretto. La soluzione più semplice prevede la realizzazione di un intaglio nella trave secondaria:



Verifica dell'intaglio

La forza di taglio vale (per la combinazione II) 9,69 kN. La verifica prevede la seguente disuguaglianza:

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot h_{ef}} \leq k_v \cdot f_{v,d}$$

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot h_{ef}} = \frac{1,5 \cdot 9,69 \cdot 10^3}{160 \cdot 200} = 0,45 \text{ N/mm}^2$$

$$k_v = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \frac{k_n \cdot \left(1 + \frac{1,1 \cdot i^{1,5}}{\sqrt{h}} \right)}{\sqrt{h} \cdot \left(\sqrt{\alpha \cdot (1 - \alpha)} + 0,8 \cdot \frac{x}{h} \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} \end{array} \right.$$

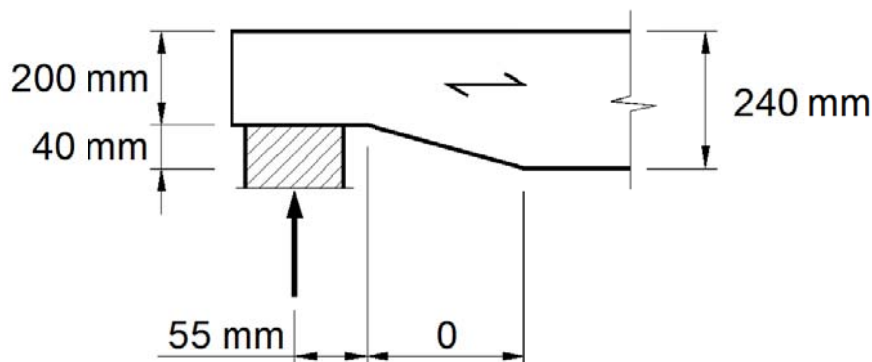
$$i = 0$$

$$x = \frac{110}{2} = 55 \text{ mm}$$

$$\alpha = \frac{h_{ef}}{h} = \frac{200}{240} = 0,83$$

$$k_n = 6,5 \text{ per il legno lamellare incollato}$$

$$k_v = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \frac{6,5 \cdot \left(1 + \frac{1,1 \cdot 0^{1,5}}{\sqrt{240}} \right)}{\sqrt{240} \cdot \left(\sqrt{0,83 \cdot (1 - 0,83)} + 0,8 \cdot \frac{55}{240} \cdot \sqrt{\frac{1}{0,83} - 0,83^2} \right)} \end{array} \right. = 0,83$$



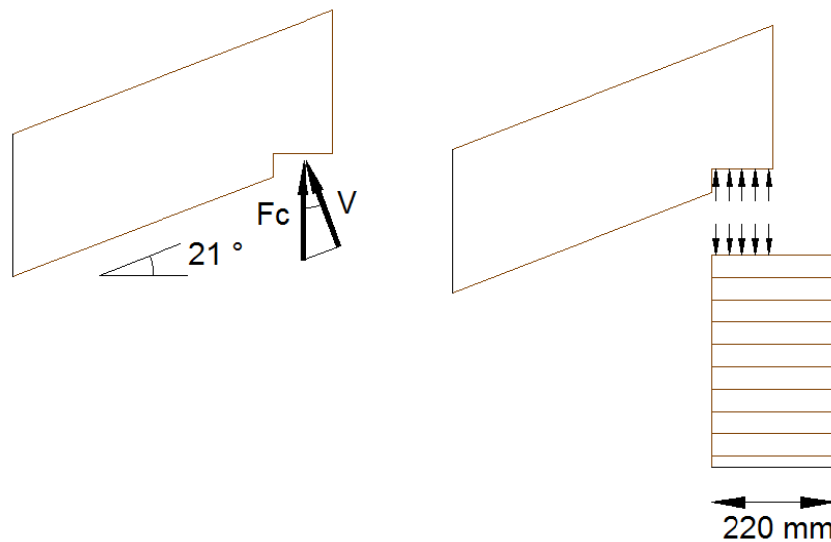
$$f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 2,7}{1,25} = 1,94 \text{ N/mm}^2$$

La resistenza della sezione intagliata è dunque verificata:

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot h_{ef}} \leq k_v \cdot f_{v,d} \text{ in quanto } 0,45 \text{ N/mm}^2 \leq 0,83 \cdot 1,94 \text{ N/mm}^2 = 1,61 \text{ N/mm}^2$$

Verifica della compressione nella superficie di contatto fra le travi

A causa delle forze di contatto nella trave di colmo si ha una compressione ortogonale alla fibratura, mentre nella trave secondaria si ha una compressione inclinata rispetto alla fibratura di circa $90^\circ - 21^\circ = 69^\circ$. Si esegue quindi la verifica a livello della trave di colmo, in quanto più limitativa.



La forza di contatto vale:

$$F_{c,90,d} = \frac{V_d}{\cos 21^\circ} = \frac{9,69}{0,93} = 10,38 \text{ kN}$$

La verifica prevede la seguente disuguaglianza:

$$\sigma_{c,90,d} \leq f_{c,90,d}$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{90}} = \frac{10,38 \cdot 10^3}{110 \cdot 160} = 0,59 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,90,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 2,7}{1,25} = 1,94 \text{ N/mm}^2$$

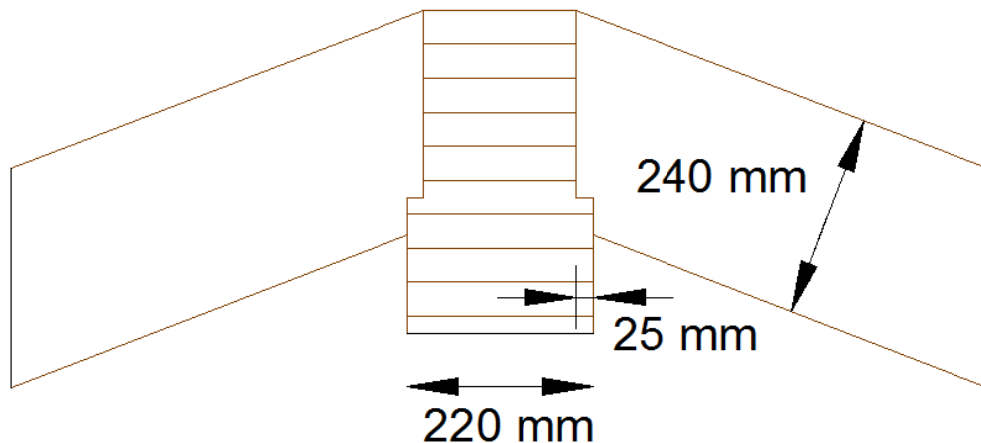
La resistenza a compressione ortogonale alla fibra è dunque verificata:

$$\sigma_{c,90,d} \leq f_{c,90,d} \text{ in quanto } 0,59 \text{ N/mm}^2 \leq 1,94 \text{ N/mm}^2$$

A maggior ragione è verificata la compressione sulla trave secondaria, in quanto la resistenza vale:

$$f_{c,\alpha,k} = \frac{f_{c,0,k}}{\frac{f_{c,0,k}}{f_{c,90,k}} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \geq f_{c,90,k}$$

Una possibile variante è la realizzazione di un appoggio mediante giunti a “coda di rondine”:



Questa soluzione permette di avere dei vantaggi:

- ridurre l'altezza complessiva della struttura di copertura
- realizzare un intaglio molto minore sulla trave secondaria

D'altro canto:

- si riduce la superficie di appoggio disponibile per la trasmissione della forza all'appoggio
- si realizzano degli intagli nella sezione della trave di colmo, riducendone quindi la sezione

La verifica della superficie di appoggio avviene in modo analogo al caso precedente. Dato che eventuali deformazioni locali per schiacciamento ortogonale alla fibratura sono accettabili si può aumentare di un fattore 1,5 il valore di calcolo della resistenza:

$$\sigma_{c,90,d} \leq 1,5 \cdot f_{c,90,d}$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{90}} = \frac{10,38 \cdot 10^3}{25 \cdot 160} = 2,59 \text{ N/mm}^2$$

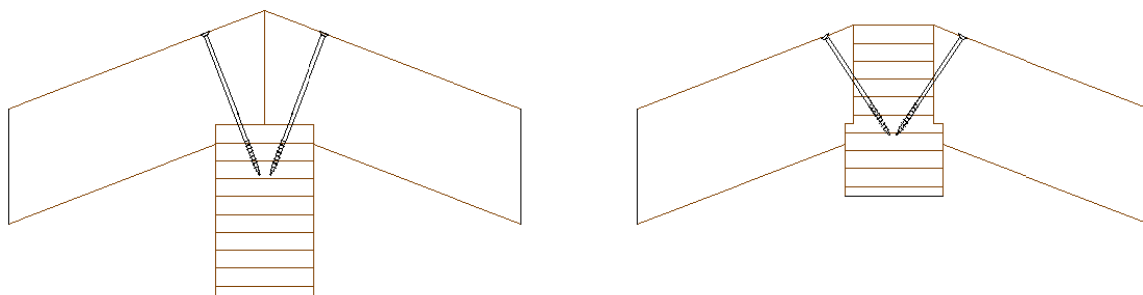
$$f_{c,90,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,90,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 2,7}{1,25} = 1,94 \text{ N/mm}^2$$

La resistenza a compressione ortogonale alla fibra è dunque verificata:

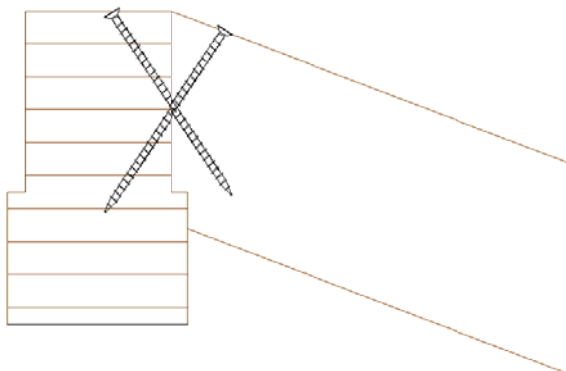
$$\sigma_{c,90,d} \leq 1,5 \cdot f_{c,90,d} \text{ in quanto } 2,59 \text{ N/mm}^2 \leq 1,5 \cdot 1,94 \text{ N/mm}^2 = 2,91 \text{ N/mm}^2$$

4.3.6 Dettagli costruttivi

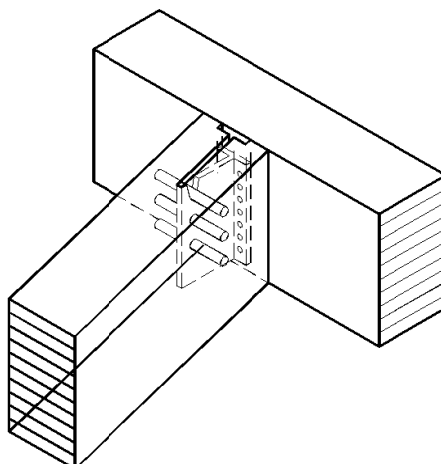
Si deve assicurare il fissaggio delle travi inclinate al colmo mediante viti, anche per contrastare eventuali forze di sollevamento legate al vento (talvolta le coperture lignee possono presentare modesti valori di peso proprio) e per consentire il collegamento degli elementi in caso di sisma.



Inoltre, qualora l'appoggio della trave inclinata con coda di rondine sia insufficiente a garantire il trasferimento delle forze all'appoggio per compressione ortogonale, si può pensare di procedere al trasferimento del taglio alla trave di colmo mediante una coppia di viti a tutto filetto:

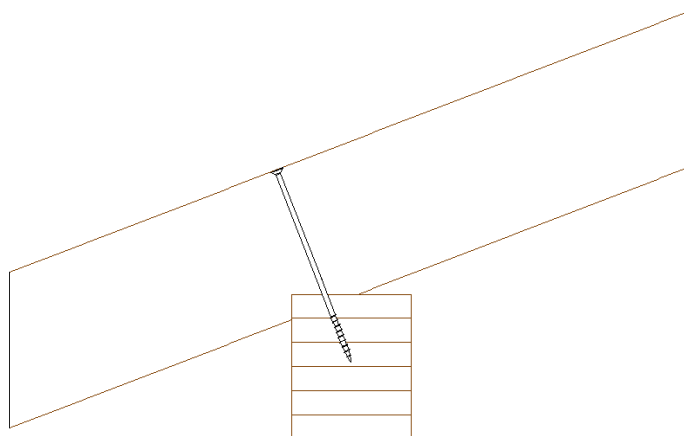


In alternativa si può procedere al trasferimento del taglio anche mediante piastre metalliche a scomparsa:



4.3.7 Verifica di resistenza nella sezione di appoggio sulla parete esterna

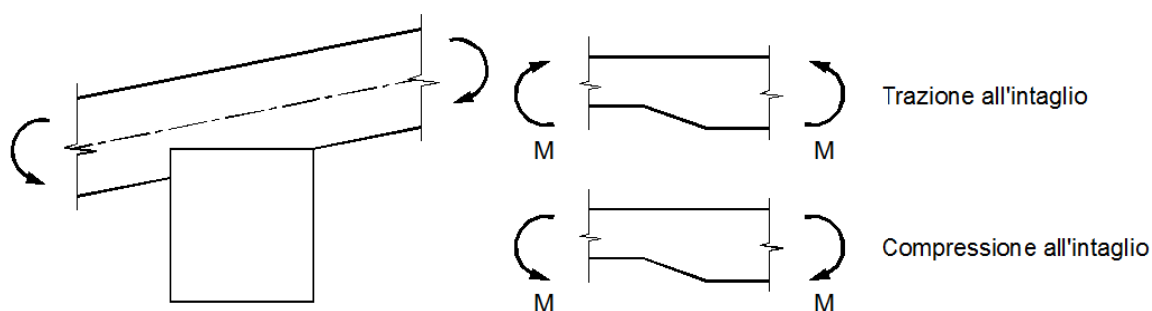
La trave inclinata è appoggiata sul cordolo di sommità della muratura o più correttamente su un elemento ligneo di interposizione ("trave banchina" o "dormiente"), che permette da un lato di avere una migliore protezione delle travature da eventuale contatto con acqua (si può pensare all'eventuale sostituzione della banchina o di una sua parte), dall'altro consente una posa in opera più agevole della copertura.



Analogamente al caso dell'appoggio della trave sul colmo si devono verificare:

Verifica dell'intaglio:

In questo caso l'intaglio non pone particolari problemi, in quanto si trova nella zona compressa e quindi non si hanno pericoli di fessurazione:



Si deve quindi verificare la sezione intagliata a momento e a taglio: si osservi inoltre come il taglio nella sezione 1, a sinistra dell'appoggio, sia decisamente inferiore a quello della sezione 2, a destra dell'appoggio.

Verifica della compressione nella superficie di contatto fra le travi

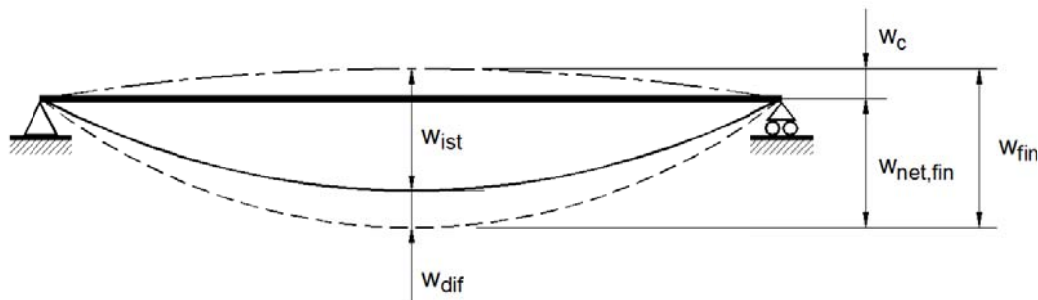
Si procede in modo analogo a quanto fatto nel caso dell'appoggio sulla trave di colmo.

4.4 Verifiche di esercizio

4.4.1 Valori limite di freccia

La deformazione delle travi di copertura risultante dagli effetti delle azioni e dall'umidità deve rimanere entro limiti appropriati, per evitare danneggiamenti ai materiali di rivestimento e per necessità funzionali o estetiche.

Nel caso di una trave inflessa la deformazione può essere scomposta nelle seguenti componenti:



w_c è l'eventuale contro freccia

w_{ist} è la freccia istantanea

w_{dif} è la componente differita della freccia dovuta agli effetti viscosi

w_{fin} è la freccia finale

$w_{net,fin}$ è la freccia finale netta

L'eurocodice 5 raccomanda i seguenti valori limite di freccia per travi su due appoggi:

$$w_{ist} < l/300 \dots l/500$$

$$w_{net,fin} < l/250 \dots l/350$$

$$w_{fin} < l/150 \dots l/300$$

Nel caso di travi di lamellare incollato di sezioni di dimensioni ridotte come quelle dell'esempio considerato in genere le travi non presentano una contro freccia, essendo il materiale "standard" ($w_c = 0$).

Si considerano quindi i seguenti limiti:

$$w_{ist} < l/300$$

$$w_{fin} = w_{net,fin} < l/250$$

4.4.2 Componenti istantanea e finale di freccia

La deformazione istantanea w_{ist} si calcola con riferimento alla combinazione di carico rara:

$$F_{d,rara} = G_1 + G_2 + Q_{k1} + \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots$$

Nel caso in esame la combinazione rara determinante è (considerando al solito le proiezioni dei carichi ortogonali alla direzione della trave):

$$F_{d,rara} = G_k + Q_{k1} + \psi_{02} \cdot Q_{k2}$$

dove:

$$G_k = G_{1\perp} + G_{2\perp} = 0,88 \frac{kN}{m}$$

$$Q_{k1} = Q_{s\perp} = 1,41 \frac{kN}{m}$$

$$Q_{k2} = Q_{w\perp} = 0,12 \frac{kN}{m}$$

Si ottiene quindi:

$$w_{ist} = w_{ist,G} + w_{ist,Q1} + \psi_{02} \cdot w_{ist,Q2}$$

dove:

$$\psi_{02} = 0,6 \text{ (vento)}$$

Nel calcolo della deformazione finale si deve tener conto del comportamento reologico del legno. Al termine di deformazione istantanea si deve quindi sommare il termine di deformazione differita, calcolata con riferimento alle componenti quasi-permanenti delle azioni. Nel caso in esame:

$$F_{d,q perm} = G_k + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2}$$

$$w'_{ist} = w_{ist,G} + \psi_{21} \cdot w_{ist,Q1} + \psi_{22} \cdot w_{ist,Q2}$$

Il termine di deformazione differita può quindi essere valutato moltiplicando per il coefficiente k_{def} , un coefficiente che tiene conto dell'aumento di deformazione con il tempo causato dall'effetto della viscosità e dell'umidità del materiale, il termine di deformazione iniziale w'_{ist} , calcolato con riferimento alla combinazione di carico quasi permanente:

$$w_{dif} = k_{def} \cdot w'_{ist}$$

E quindi la deformazione finale si può valutare come segue:

$$w_{fin} = w_{ist} + w_{dif} = w_{ist} + k_{def} \cdot w'_{ist}$$

$$w_{fin} = w_{ist,G} \cdot (1 + k_{def}) + w_{ist,Q1} \cdot (1 + \psi_{21} \cdot k_{def}) + w_{ist,Q2} \cdot (\psi_{02} + \psi_{22} \cdot k_{def})$$

dove:

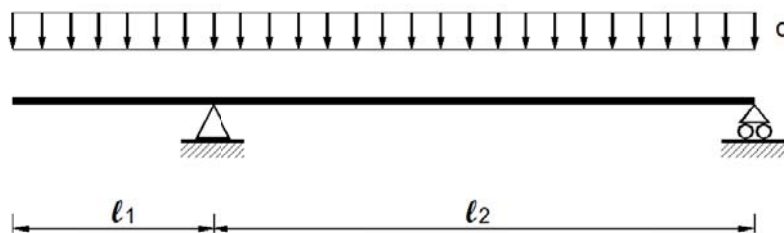
$$\psi_{21} = \psi_{22} = 0 \quad (\text{neve a quota inferiore a 1000 m s.l.m. e vento})$$

$$k_{def} = 0 \quad (\text{elementi in legno lamellare in classe di servizio 1})$$

4.4.3 Verifiche di esercizio

I valori delle frecce massime possono essere ricavate considerando:

$$w_{M,max} = \frac{q \cdot l_2^2}{32 \cdot E \cdot I} \cdot \left(\frac{5}{12} \cdot l_2^2 - l_1^2 \right)$$



Trascurando per semplicità la componente di freccia dovuta alla deformabilità tagliante (comunque molto modesta su travi aventi un rapporto h/l maggiore di 20) si può quindi procedere alle verifiche di freccia.

Essendo:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{160 \cdot 240^3}{12} = 1,84 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

$$E = 116000 \text{ N / mm}^2$$

si ottengono i seguenti valori di freccia:

$$w_{ist,G} = 7,16 \text{ mm}$$

$$w_{ist,Q1} = 11,47 \text{ mm}$$

$$w_{ist,Q2} = 0,98 \text{ mm}$$

Le condizioni di verifica imposte sono entrambe verificate:

- freccia istantanea

$$w_{ist} = w_{ist,G} + w_{ist,Q1} + \psi_{02} \cdot w_{ist,Q2}$$

$$w_{ist} = 7,16 \text{ mm} + 11,47 \text{ mm} + 0,6 \cdot 0,98 \text{ mm} = 19,21 \text{ mm}$$

$$w_{ist} = \frac{l}{323} < \frac{l}{300}$$

- freccia finale

$$w_{fin} = w_{ist,G} \cdot (1 + k_{def}) + w_{ist,Q1} \cdot (1 + \psi_{21} \cdot k_{def}) + w_{ist,Q2} \cdot (\psi_{02} + \psi_{22} \cdot k_{def})$$

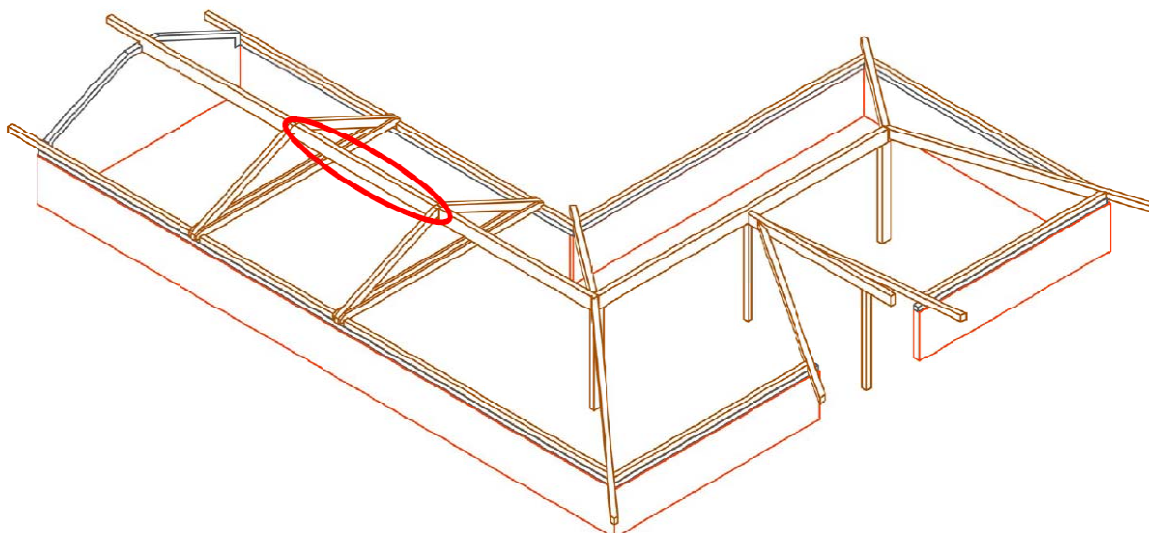
$$w_{fin} = 7,16 \cdot (1 + 0,60) \text{ mm} + 11,47 \cdot (1 + 0 \cdot 0,60) \text{ mm} + 0,98 \cdot (0,6 + 0 \cdot 0,60) \text{ mm} = 23,51 \text{ mm}$$

$$w_{fin} = \frac{l}{264} < \frac{l}{250}$$

5. Trave di colmo

5.1 Geometria e carichi

Si considera la verifica della trave di colmo indicata in figura:

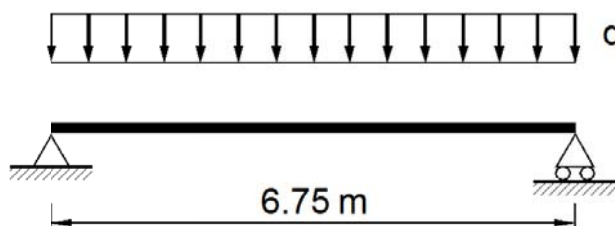


Si tratta di una trave con giacitura orizzontale in semplice appoggio su 2 capriate. Si ha:

Materiale: Legno lamellare GL24h

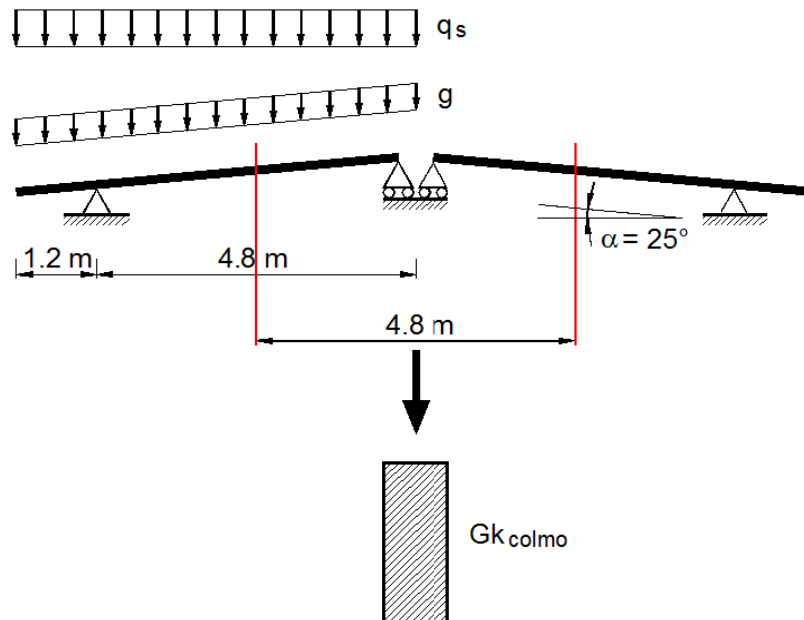
Sezione: 560/220 mm

Schema statico:

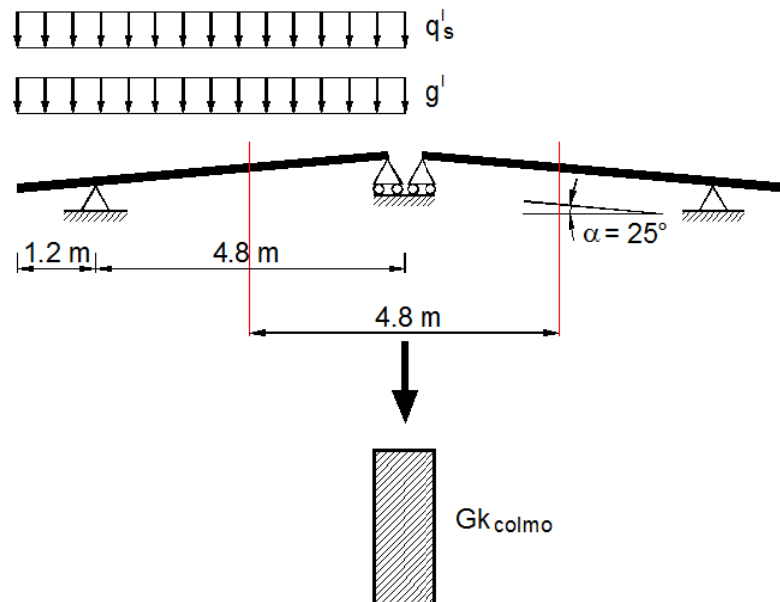


Le azioni agenti sulla trave di colmo sono dovute alle reazioni di appoggio delle travi secondarie. Per semplicità di calcolo, commettendo un errore del tutto trascurabile, i carichi vengono assunti come uniformemente ripartiti sulla trave (anziché come forze concentrate agenti sulla trave a interasse 0,77 m).

Il calcolo dei carichi agenti sulla trave di colmo viene eseguito in modo semplificato considerando una lunghezza di influenza pari a 4,8 m e trascurando l'effetto del vento:



Considerando la proiezione dei carichi con riferimento alla superficie orizzontale:



Azioni permanenti:

Le azioni permanenti sono date dal peso del pacchetto di copertura, dal peso delle travi secondarie e dal peso della trave di colmo:

$$g = g_{pacchetto} + g_{sec}/i = 1,09 \frac{kN}{m^2} + 0,23 \frac{kN}{m} \cdot \frac{1}{0,77 m} = 1,39 \frac{kN}{m^2}$$

$$g' = g / \cos 25^\circ = 1,53 \frac{kN}{m^2}$$

$$G = G_{colmo} + g' \cdot l_{inf} = 0,74 \frac{kN}{m} + 1,53 \frac{kN}{m^2} \cdot 4,8 m = 8,08 \frac{kN}{m}$$

Azioni variabili neve:

$$q'_s = q_s$$

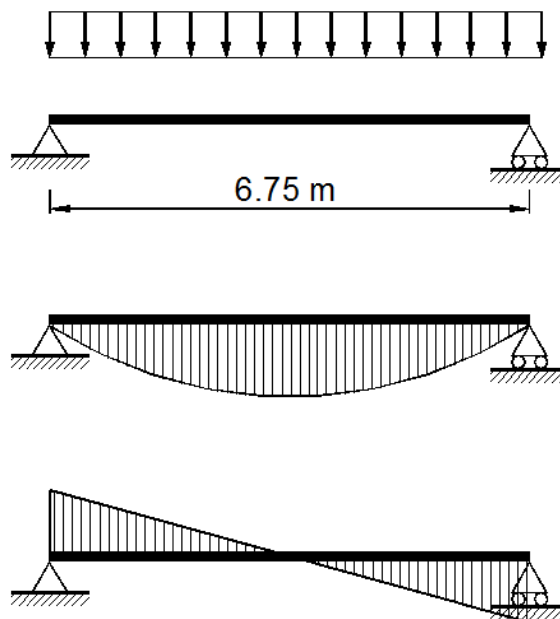
$$Q_s = q_s \cdot l_{inf} = 2,46 \frac{kN}{m^2} \cdot 4,8 m = 11,81 \frac{kN}{m}$$

5.2 Calcolo delle sollecitazioni agli stati limite ultimi

Si considera la combinazione di breve durata:

$$F_d = \gamma_g \cdot G + \gamma_q \cdot Q_s$$

$$F_d = 1,3 \cdot 8,08 \frac{kN}{m} + 1,5 \cdot 11,81 \frac{kN}{m} = 28,22 \frac{kN}{m}$$



Si ottiene:

$$V_{\max} = 95,39 \text{ kN}$$

$$M_{\max} = 161,21 \text{ kNm}$$

5.3 Verifiche di sicurezza

5.3.1 Verifica della resistenza a flessione

La verifica prevede la seguente disuguaglianza:

$$\sigma_{m,d} \leq k_{crit} \cdot f_{m,d}$$

dove il coefficiente di instabilità flessione-torsionale k_{crit} deve essere valutato tenendo conto che lo svergolamento delle travi di colmo è impedito dal controvento di falda, con un passo della struttura secondaria pari a 0,77 m.

Si ha:

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{220 \cdot 560^2}{6} = 1,15 \cdot 10^7 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_d}{W} = \frac{161,21 \cdot 10^6}{1,15 \cdot 10^7} = 14,02 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{per } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{per } 0,75 \leq \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{per } \lambda_{rel,m} > 1,4 \end{cases}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{\pi}{\ell_{eff}} \cdot \frac{b^2}{h} \cdot E_{0,05} \sqrt{\frac{G_{mean}}{E_{mean}}} = \frac{\pi}{770} \cdot \frac{220^2}{560} \cdot 9400 \sqrt{\frac{720}{11600}} = 825,81 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{24}{825,81}} = 0,17$$

$$k_{crit} = 1$$

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 24}{1,25} = 17,28 \text{ N/mm}^2$$

La resistenza a flessione è dunque verificata:

$$\sigma_{m,d} \leq k_{crit} \cdot f_{m,d} \text{ in quanto } 14,02 \text{ N/mm}^2 \leq 1,0 \cdot 17,28 \text{ N/mm}^2$$

5.3.2 Verifica della resistenza a taglio

La verifica prevede la seguente disuguaglianza:

$$\tau_d \leq f_{v,d}$$

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot h} = \frac{1,5 \cdot 95,39 \cdot 10^3}{220 \cdot 560} = 1,16 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 2,7}{1,25} = 1,94 \text{ N/mm}^2$$

La resistenza a taglio è dunque verificata:

$$\tau_d \leq f_{v,d} \text{ in quanto } 1,16 \text{ N/mm}^2 \leq 1,94 \text{ N/mm}^2$$

5.4 Verifiche di esercizio

I valori delle frecce massime possono essere ricavate considerando:

$$w_{tot} = w_M + w_V = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} + \chi \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot G \cdot A}$$

Essendo:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{220 \cdot 560^3}{12} = 3,22 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$A = b \cdot h = 220 \cdot 560 = 1,23 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

$$E = 116000 \text{ N/mm}^2$$

$$G = 720 \text{ N/mm}^2$$

si ottengono i seguenti valori di freccia:

$$w_{ist,G} = 6,51 \text{ mm}$$

$$w_{ist,Q} = 9,51 \text{ mm}$$

Le condizioni di verifica imposte sono entrambe verificate:

- freccia istantanea

$$w_{ist} = w_{ist,G} + w_{ist,Q}$$

$$w_{ist} = 6,51 \text{ mm} + 9,51 \text{ mm} = 16,02 \text{ mm}$$

$$w_{ist} = \frac{l}{422} < \frac{l}{300}$$

- freccia finale

$$w_{fin} = w_{ist,G} \cdot (1 + k_{def}) + w_{ist,Q} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def})$$

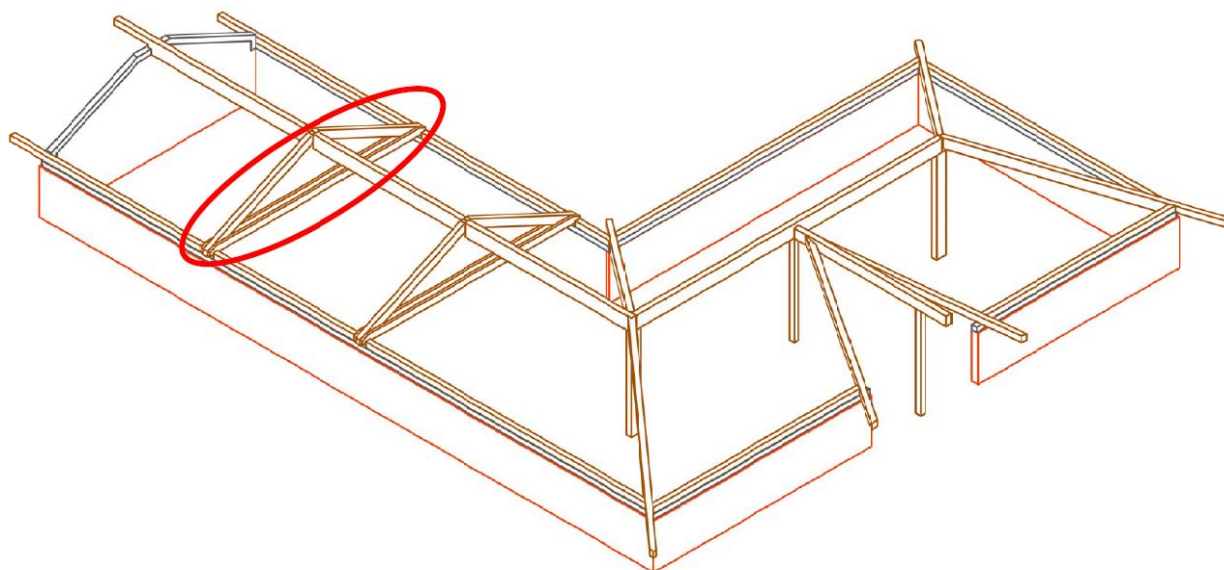
$$w_{fin} = 6,51 \cdot (1 + 0,60) \text{ mm} + 9,51 \cdot (1 + 0 \cdot 0,60) \text{ mm} = 19,93 \text{ mm}$$

$$w_{fin} = \frac{l}{339} < \frac{l}{250}$$

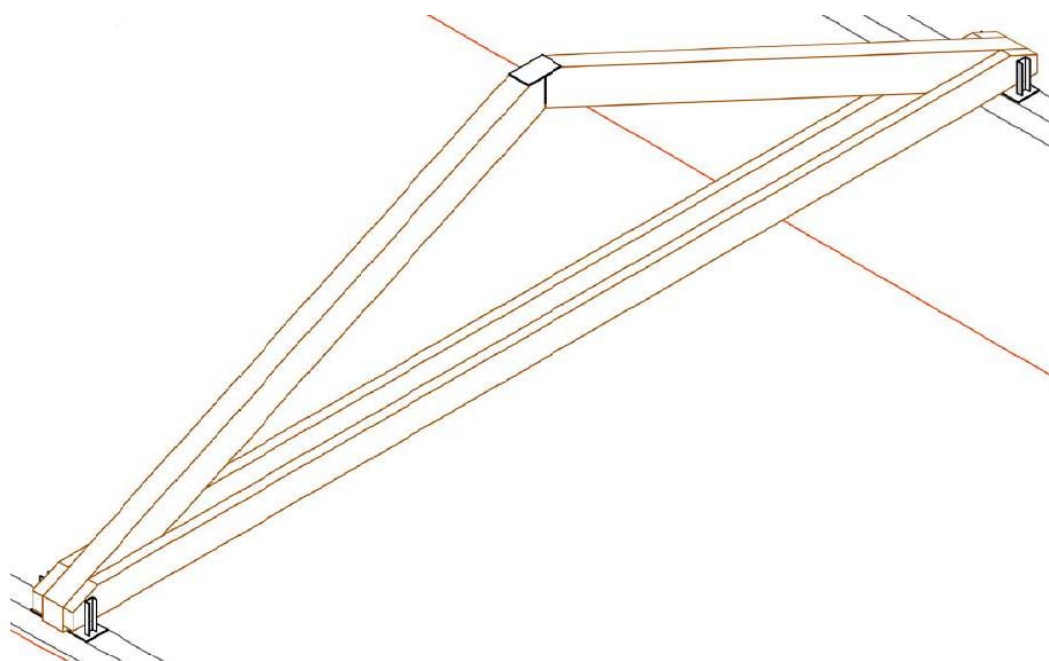
6. Capriata

6.1 Geometria e carichi

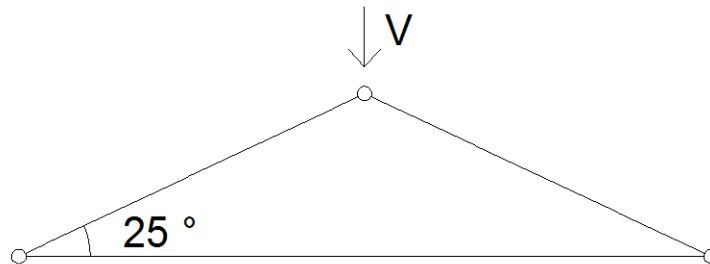
Si considera la verifica della capriata indicata in figura:



Si tratta di una capriata di “tipo moderno” con catena doppia in legno, collegata ai puntoni mediante spinotti metallici:



Materiale:	Legno lamellare GL24h
Sezione puntone:	320/200 mm
Sezione catena:	2 x 280/100 mm
Schema statico:	

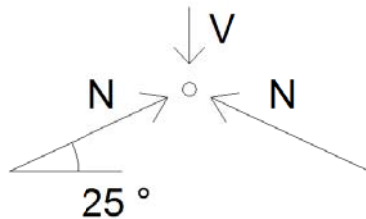


La capriata è soggetta al carico concentrato trasmesso dalle travi di colmo. Per semplicità si assume che entrambe le travi trasmettano alla capriata un carico pari a 95,39 kN (combinazione di calcolo di breve durata) e quindi:

$$V = 190,78 \text{ kN}$$

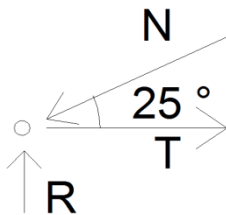
Risolvendo la struttura (trascurando il peso proprio degli elementi):

NODO PUNTONE-PUNTONE:



$$N = \frac{V}{2 \cdot \sin \alpha} = \frac{190,78}{2 \cdot \sin 25^\circ} = 225,71 \text{ kN}$$

NODO CATENA-PUNTONE:



$$T = N \cdot \cos \alpha = 225,71 \cdot \cos 25^\circ = 204,56 \text{ kN}$$

$$R = N \cdot \sin \alpha = 225,71 \cdot \sin 25^\circ = 95,39 \text{ kN}$$

6.2 Verifiche di sicurezza

6.2.1 Verifica della stabilità del puntone

Trascurando il peso proprio dell'elemento (ipotesi più che ragionevole), il puntone è soggetto unicamente ad una sollecitazione di compressione che vale (per la combinazione di progetto con carico da neve) 225,71 kN.

In generale lo sbandamento può avvenire in entrambe le direzioni principali dell'elemento e quindi la verifica prevede la seguente disuguaglianza:

$$\sigma_{c,0,d} \leq k_c \cdot f_{c,0,d}$$

dove $k_c = \min(k_{c,y}, k_{c,z})$

La lunghezza di libera inflessione del puntone in entrambe le direzioni y e z è pari alla lunghezza dell'elemento ($l_{oy} = l_{oz} = l_0 = 5,20$ m) e quindi, dato che l'inerzia minima si ha in direzione trasversale z questa sarà la direzione in cui l'elemento tende a sbandare:

$$k_c = k_{c,z}$$

Si ha quindi:

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{225,71 \cdot 10^3}{200 \cdot 320} = 3,53 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 24}{1,25} = 17,28 \text{ N/mm}^2$$

Resta quindi da calcolare il valore del coefficiente k_c :

$$I_z = \frac{b^3 \cdot h}{12} = \frac{200^3 \cdot 320}{12} = 2,13 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{2,13 \cdot 10^8 \text{ mm}^4}{200 \cdot 320 \text{ mm}^2}} = 57,69 \text{ mm}$$

$$\lambda_z = \frac{\ell_{0z}}{i_z} = \frac{5200 \text{ mm}}{57,69 \text{ mm}} = 90,14$$

$$\lambda_{\text{rel},z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{90,14}{\pi} \sqrt{\frac{24}{9400}} = 1,45$$

$$k_z = 0,5 \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},z} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},z}^2) = 0,5 \cdot (1 + 0,1 \cdot (1,45 - 0,35) + 1,45^2) = 1,61$$

$$k_c = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{\text{rel},z}^2}} = \frac{1}{1,61 + \sqrt{1,61^2 - 1,45^2}} = 0,43$$

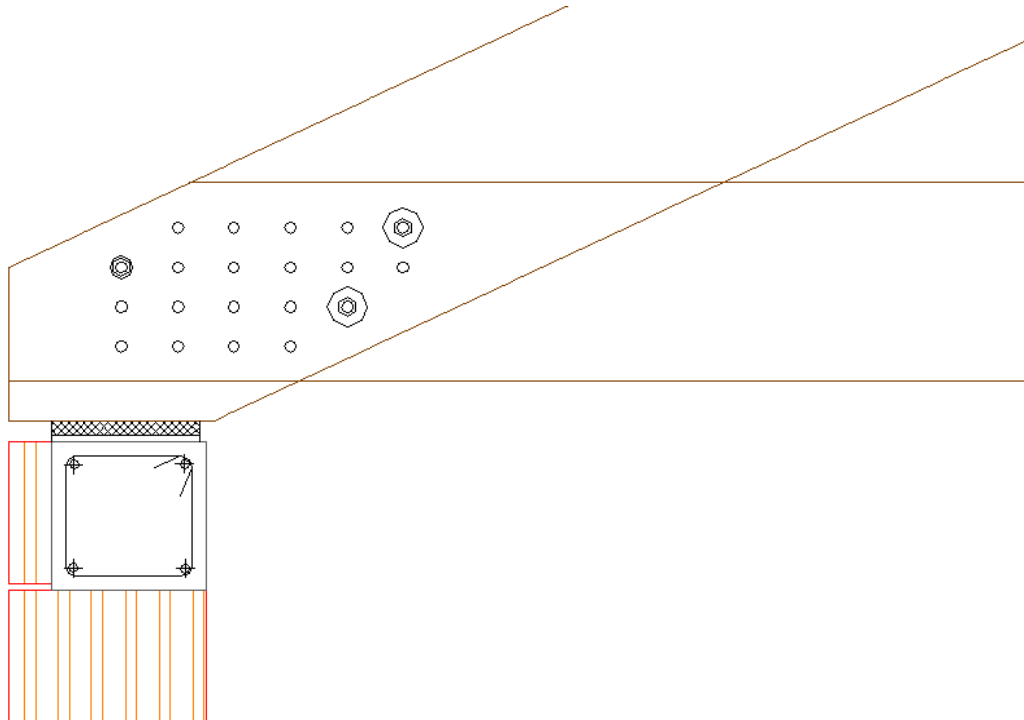
La resistenza ad instabilità è dunque verificata:

$$\sigma_{c,0,d} \leq k_c \cdot f_{c,0,d} \text{ in quanto } 3,53 \text{ N/mm}^2 \leq 0,43 \cdot 17,28 \text{ N/mm}^2 = 7,43 \text{ N/mm}^2$$

6.2.2 Verifica della resistenza della catena

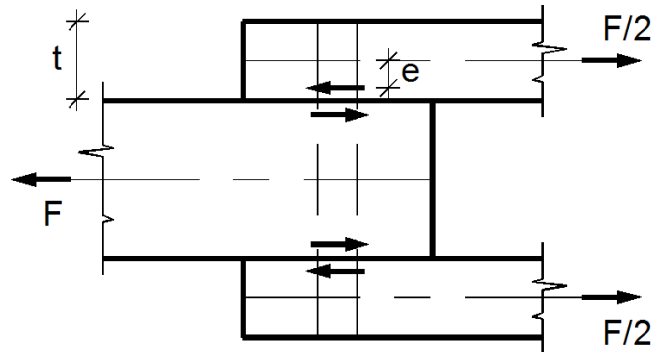
La sollecitazione di trazione vale (per la combinazione di progetto con carico da neve) 204,56 kN.

La catena è costituita da elementi doppi di sezione 100 x 280 mm, collegati al puntone per mezzo di giunti con perni (diametro 16 mm) a due piani di taglio: nel dimensionamento di tali elementi si dovranno pertanto considerare gli effetti dell'indebolimento causato dalla connessione e delle eccentricità presenti nel nodo:



Nella verifica degli elementi della catena in corrispondenza del giunto di estremità si deve tener conto dell'azione flettente indotta dall'eccentricità della forza di trazione trasmessa:

$$e \leq \frac{t}{2}$$



Una determinazione precisa del valore di tale eccentricità è difficile e in via semplificata si può trascurare tale azione secondaria attraverso una riduzione della resistenza a trazione degli elementi sollecitati in modo eccentrico. In accordo con quanto previsto dalla norma DIN 1052:2004, nel caso di giunti serrati mediante elementi di chiusura (nel caso in esame bulloni), per la verifica si prevede la seguente disuguaglianza:

$$\sigma_{t,0,d} \leq \frac{2}{3} \cdot f_{t,0,d}$$

L'azione di tiro della catena T_d (204,56 kN) va divisa sui 2 elementi e quindi, tenendo conto dell'indebolimento causato dalla connessione mediante il calcolo dell'area netta:

$$A_{net} = 100 \cdot (280 - 4 \cdot 16) = 2,16 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{T_d}{2 \cdot A_{net}} = \frac{204,56 \cdot 10^3 \text{ N}}{2 \cdot 2,16 \cdot 10^4 \text{ mm}^2} = 4,74 \text{ N/mm}^2$$

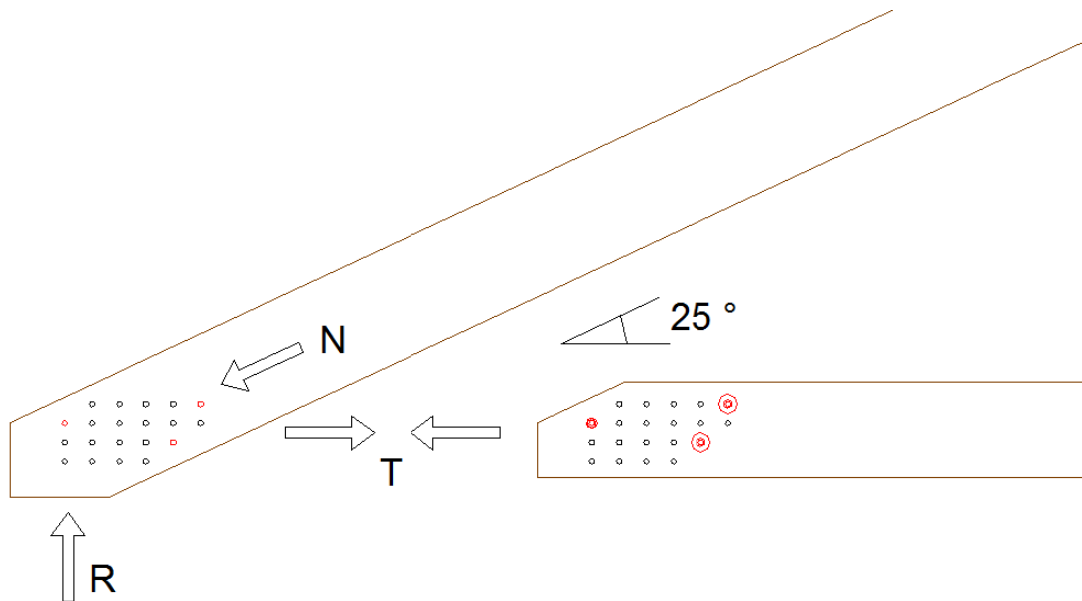
$$f_{t,0,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{t,0,d}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 16,5}{1,25} = 11,88 \text{ N/mm}^2$$

La resistenza a trazione è dunque verificata:

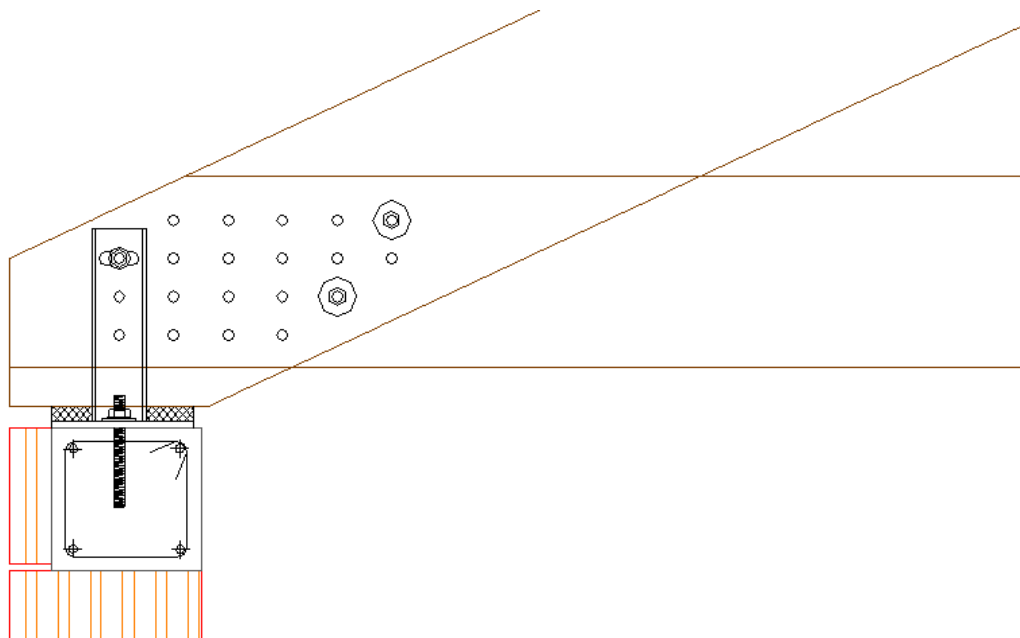
$$\sigma_{t,0,d} \leq \frac{2}{3} \cdot f_{t,0,d} \text{ in quanto } 4,74 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{2}{3} \cdot 11,88 \text{ N/mm}^2 = 7,92 \text{ N/mm}^2$$

6.2.3 Verifica dell'appoggio della capriata

La sollecitazione di compressione all'appoggio vale (per la combinazione di progetto con carico da neve) 95,39 kN.



Si prevede un appoggio in neoprene avente dimensioni in pianta 210 x 200 mm e la realizzazione di una forcella in acciaio mediante 2 profili UPN saldati su una piastra di base ancorata al cordolo mediante barre metalliche:



La verifica prevede la seguente disuguaglianza:

$$\sigma_{c,\alpha,d} \leq \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

$$\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_{c,\alpha,d}}{A_\alpha} = \frac{95,39 \cdot 10^3}{210 \cdot 200} = 2,27 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,90,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 2,7}{1,25} = 1,94 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 24}{1,25} = 17,28 \text{ N/mm}^2$$

La resistenza a compressione ortogonale alla fibra è dunque verificata:

$$\sigma_{c,\alpha,d} \leq \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{17,28}{\frac{17,28}{1,94} \cdot \sin^2 65 + \cos^2 65} = 2,31 \text{ N/mm}^2$$

6.2.4 Descrizione del collegamento puntone-catena

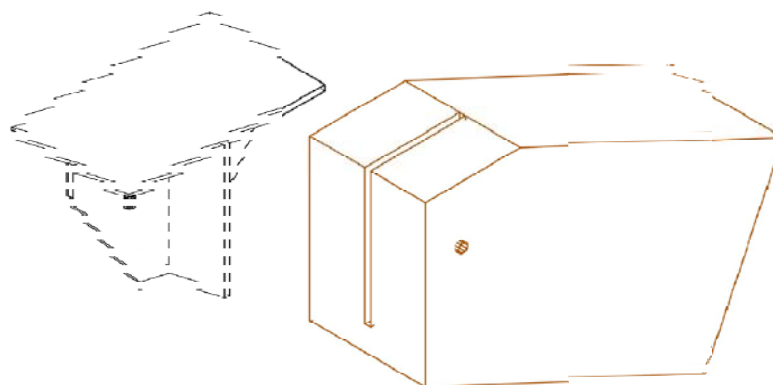
La sollecitazione sul collegamento è pari alla trazione presente nella catena e vale 204,56 kN.

Il collegamento è realizzato mediante 17 perni da 16 mm in acciaio S275, inseriti in fori calibrati (diametro del foro uguale al diametro dello spinotto). Come elementi di serraggio sono utilizzati 3 bulloni da 16 mm in acciaio 4.6, inseriti in sedi preforate con diametro del foro maggiore del diametro del bullone, che non vengono considerati nel dimensionamento del collegamento.

Si lascia al lettore la verifica del collegamento.

6.2.5 Descrizione del collegamento puntone-puntone

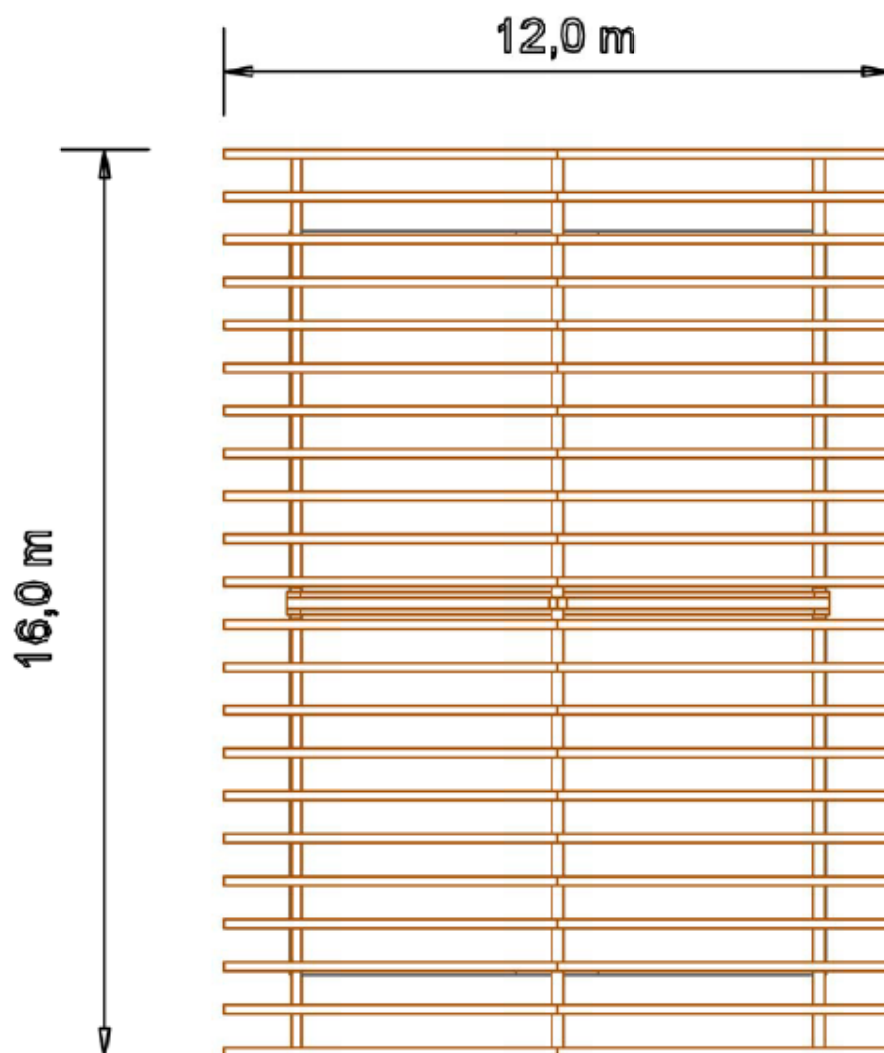
Il collegamento è realizzato mediante una piastra metallica irrigidita che introduce il carico proveniente dal colmo nella capriata per contatto diretto tra legno e acciaio. Come elementi di serraggio sono utilizzati 2 bulloni da 16 mm in acciaio 4.6, inseriti in sedi preforate con diametro del foro maggiore del diametro del bullone, che non vengono considerati nel dimensionamento del collegamento.

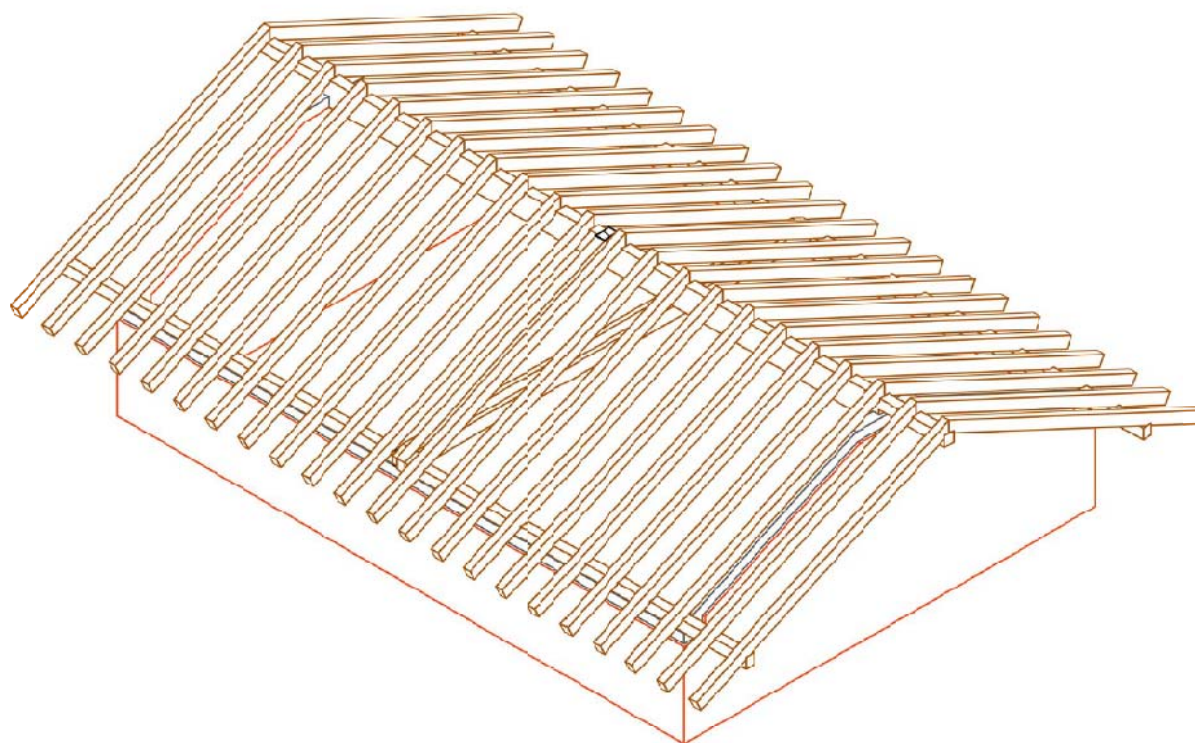
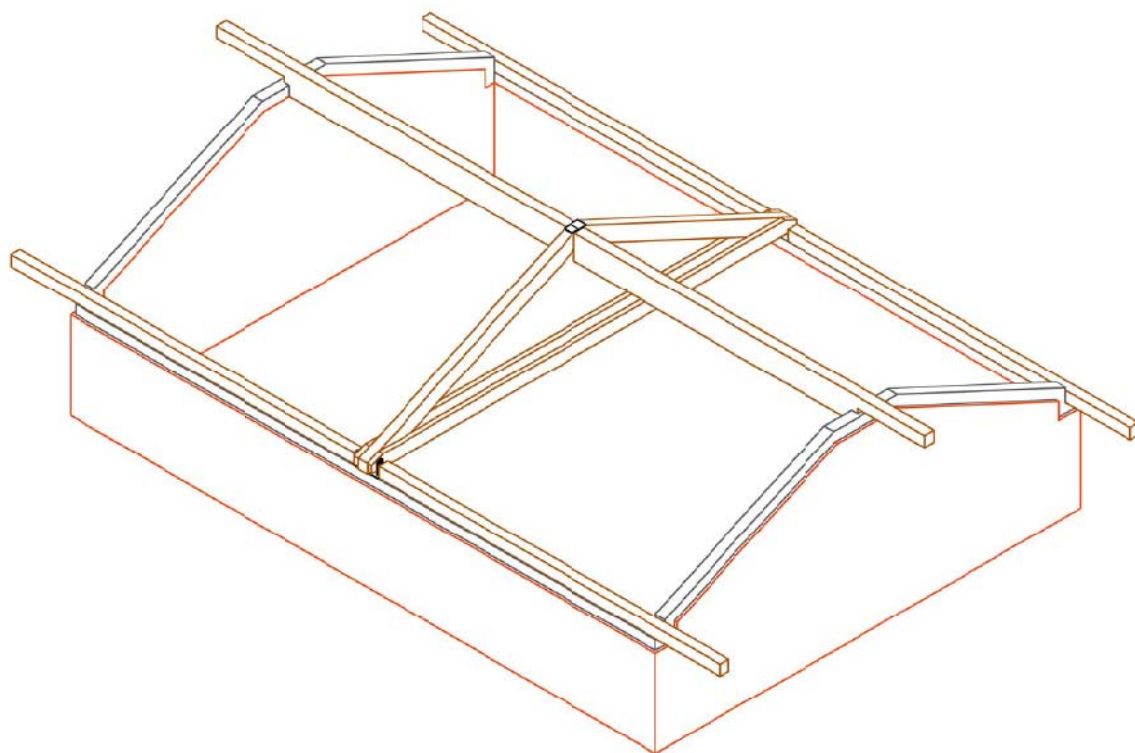


8. Verifica sismica

8.1 La struttura

Per eseguire le verifiche sismiche si considera per semplicità una copertura a doppia falda di un edificio regolare ad un piano. Le dimensioni della costruzione e della copertura sono indicate nelle figure seguenti:





8.2 Calcolo dell'azione sismica

8.2.1 Spettro di progetto per gli stati limite ultimi

Si tratta di un edificio caratterizzato da:

VITA NOMINALE: si tratta di un'opera ordinaria. Si considera una vita nominale V_N pari a 50 anni.

CLASSE D'USO: si tratta di un edificio residenziale, il cui uso non prevede particolari affollamenti.

Si considera una classe d'uso II.

PERIODO DI RIFERIMENTO PER L'AZIONE SISMICA: per una struttura di classe II si ha un coefficiente d'uso C_U pari a 1,0. Il periodo di riferimento per l'azione sismica vale quindi:

$$V_R = V_N \cdot C_U = 50 \cdot 1 = 50 \text{ anni}$$

AZIONE SISMICA DI PROGETTO

Si esegue la verifica agli stati limite ultimi della copertura, considerando lo stato limite di salvaguardia della vita (SLV): si vuole garantire che a seguito del terremoto la costruzione subisca rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e significativi danni dei componenti strutturali cui si associa una perdita significativa di rigidezza nei confronti delle azioni orizzontali, conservando invece parte della resistenza e rigidezza per azioni verticali e un margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni sismiche orizzontali. A tale stato limite è associata una probabilità P_{VR} di superamento nel periodo di riferimento V_R pari al 10%.

Si può quindi calcolare il periodo di ritorno T_R dell'azione sismica mediante la relazione:

$$T_R = -\frac{V_R}{\ln(1 - P_{VR})} = -\frac{50}{\ln(1 - 0,1)} \cong 475 \text{ anni}$$

Si possono quindi ricavare i parametri che definiscono le forme spettrali, che per il sito considerato, per un periodo di ritorno di 475 anni, si ipotizzano valere:

$$a_g = 0,15g \quad F_0 = 2,5 \quad T_C^* = 0,45$$

Lo spettro di progetto per gli stati limite ultimi delle componenti orizzontali è espresso dalle relazioni seguenti:

$$\begin{aligned} 0 \leq T < T_B & \quad S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{F_0}{q} \cdot \left[\frac{T}{T_B} + \frac{q}{F_0} \cdot \left(1 - \frac{T}{T_B} \right) \right] \\ T_B \leq T < T_C & \quad S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{F_0}{q} \\ T_C \leq T < T_D & \quad S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{F_0}{q} \cdot \left(\frac{T_C}{T} \right) \end{aligned}$$

$$T_D \leq T \qquad S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{F_0}{q} \cdot \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right)$$

dove:

S è il coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche mediante la seguente relazione:

$$S = S_S \cdot S_T = 1$$

in quanto nel caso in esame il coefficiente di amplificazione stratigrafica S_S è pari a 1 (categoria di sottosuolo A) e il coefficiente di amplificazione topografica S_T è pari a 1 (categoria T1, pendii e rilievi isolati con inclinazione media minore di 15°).

T_C è fornito dalla seguente relazione:

$$T_C = C_C \cdot T_C^* = 0,45$$

in quanto il coefficiente C_C è pari a 1 (categoria di sottosuolo A)

T_B è fornito dalla seguente relazione:

$$T_B = \frac{T_C}{3} = 0,15$$

T_D è fornito dalla seguente relazione:

$$T_D = 4,0 \cdot \frac{a_g}{g} + 1,6 = 4,0 \cdot 0,15 + 1,6 = 2,2$$

8.2.2 Valutazione del fattore di struttura

Il fattore di struttura q può essere calcolato mediante la seguente espressione:

$$q = q_0 \cdot K_R = 2,8$$

in quanto:

K_R è un fattore riduttivo che dipende dalle caratteristiche di regolarità in altezza della costruzione e nel caso in esame assume valore unitario (costruzione regolare in altezza)

q_0 , per una costruzione in muratura ordinaria ad un piano, vale:

$$q_0 = 2,0 \cdot \alpha_u / \alpha_1 = 2,0 \cdot 1,4 = 2,8$$

8.2.3 Analisi lineare statica

L'analisi statica lineare consiste nell'applicazione di forze statiche equivalenti alle forze di inerzia indotte dall'azione sismica. Il periodo del modo di vibrare principale può essere stimato mediante la seguente relazione:

$$T_1 = C_1 \cdot H^{3/4} = 0,050 \cdot 4,40^{3/4} \approx 0,15 \text{ sec}$$

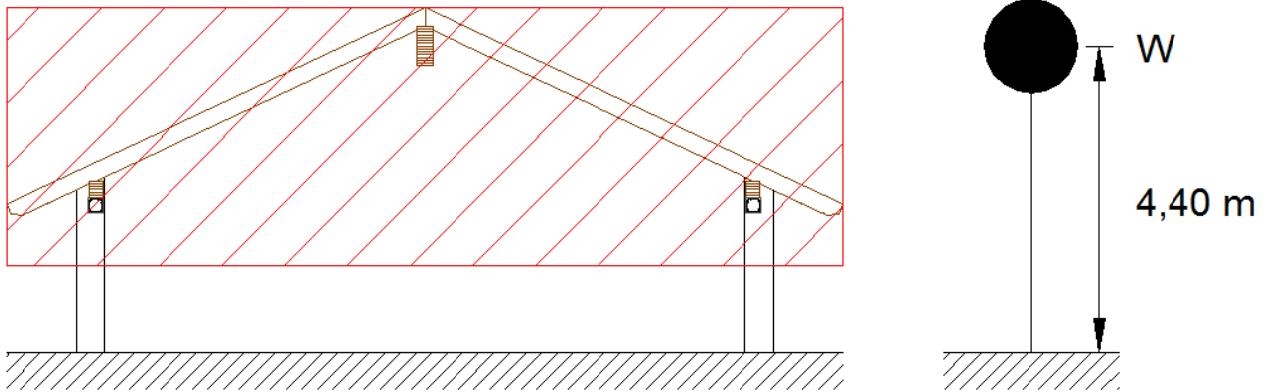
L'entità delle forze sismiche si ottiene dall'ordinata dello spettro di progetto:

$$T_B \leq T_1 < T_C \quad S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{F_0}{q} = 0,15g \cdot 1 \cdot \frac{2,5}{2,8} \approx 0,13g$$

E quindi la forza da applicare alla massa sismica pensata concentrata a livello del colmo vale:

$$F_h = S_d(T_1) \cdot \frac{W}{g} \cdot \lambda = 0,13g \cdot \frac{W}{g}$$

essendo nel caso in esame il coefficiente λ unitario.



8.2.4 Valutazione della massa e dell'azione sismica in copertura

Gli effetti dell'azione sismica saranno valutati tenendo conto delle masse associate ai seguenti carichi gravitazionali:

$$G_1 + G_2 + \sum_j \psi_{2j} \cdot Q_{kj}$$

dove i valori dei coefficienti ψ_{2j} riportati nella tabella 2.5.I della norma assumono un valore nullo per i carichi variabili in copertura.

Si ha quindi, ipotizzando una superficie di muratura pari a 45 m^2 (tenendo conto delle aperture presenti):

Elemento	Peso distribuito	Superficie	Peso
Copertura	$1,53 \text{ kN/m}^2$	192 m^2	295 kN
Muratura	$5,00 \text{ kN/m}^2$	45 m^2	225 kN
			520 kN

E quindi la forza sismica vale:

$$F_h = 0,13g \cdot W = 0,13 \cdot W = 0,13 \cdot 520 \text{ kN} = 67,6 \text{ kN}$$

8.3 Osservazioni sul controventamento delle coperture

8.3.1 Introduzione

In una costruzione gli elementi strutturali portanti hanno il compito di trasmettere le azioni verticali (peso proprio e carichi esterni quali la neve), mentre gli elementi di controvento hanno la funzione di resistere alle azioni orizzontali (vento e sisma) e alle azioni di instabilizzazione degli elementi principali (sbandamento del puntone di una capriata, sbandamento del bordo compresso di una trave alta).

Il controventamento delle coperture assume una particolare importanza qualora siano realizzate in edifici a struttura in muratura in zona sismica.

8.3.2 Rigidezza della copertura

Le norme tecniche trattano il ruolo dei diaframmi orizzontali al punto 7.2.6 “Criteri di modellazione della struttura e azione sismica”:

“Gli orizzontamenti possono essere considerati infinitamente rigidi nel loro piano, a condizione che siano realizzati in cemento armato, oppure in latero-cemento con soletta in c.a. di almeno 40 mm di spessore, o in struttura mista con soletta in cemento armato di almeno 50 mm di spessore collegata da connettori a taglio opportunamente dimensionati agli elementi strutturali in acciaio o in legno e purché le aperture presenti non ne riducano significativamente la rigidezza.”

Nel caso specifico del legno al punto 7.7.4 “Analisi strutturale” si hanno ulteriori chiarimenti:

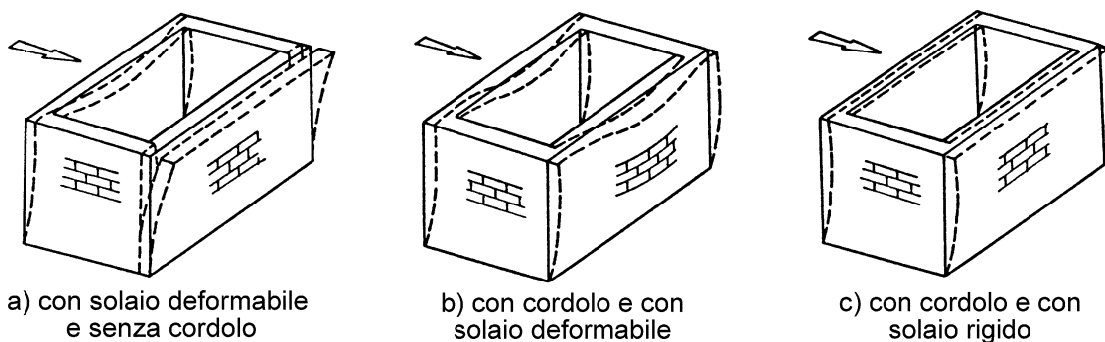
“Gli impalcati devono essere in generale assunti con la loro deformabilità; possono essere assunti come rigidi nel modello strutturale, senza necessità di ulteriori verifiche se:

- a) sono state rispettate le disposizioni costruttive date nel successivo § 7.7.5.3 per gli impalcati o, in alternativa se pertinente, § 7.7.7.2;
- b) eventuali aperture presenti non influenzano significativamente la rigidezza globale di lastra nel proprio piano.”

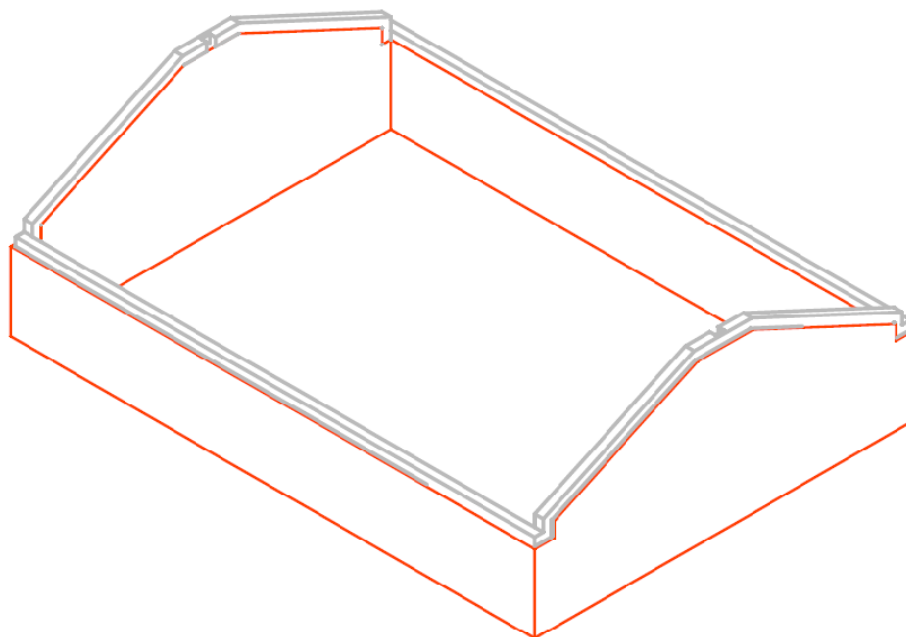
L'ipotesi di infinita rigidezza della copertura nel caso di soluzioni costruttive quali controventatura mediante nastri d'acciaio, tavole di legno diagonali, pannelli a base di legno, ecc. deve essere giustificata dal progettista. A tal proposito si ricordi che l'ipotesi di infinita rigidezza o meno degli impalcati dipende dal confronto della loro rigidezza con quella delle strutture in elevazione: in generale quindi la rigidezza nel piano dell'orizzontamento potrà essere considerata infinita o meno, a seconda della rigidezza delle strutture in elevazione cui l'orizzontamento stesso è collegato (si osservi che la muratura è un elemento strutturale molto rigido, in grado di sopportare piccolissimi spostamenti).

8.3.3 Cordoli in sommità della copertura

L'incatenamento delle murature in sommità costituisce un presidio contro il pericolo di ribaltamento dei muri in caso di sisma:



Nel caso in esame l'incatenamento delle murature in sommità si esegue realizzando un cordolo in calcestruzzo armato con risvolto lungo le linee di pendenza:



Per quanto riguarda l'intervento su edifici esistenti si riporta quanto indicato dall'OPCM 3431, dove l'utilizzo di cordolature in sommità è consigliato sia per migliorare l'interazione con la copertura, sia per aumentare il livello di coesione della muratura sottostante:

Interventi in copertura:

“È opportuno, ove possibile, adottare elementi di rafforzamento del punto di contatto tra muratura e tetto. Oltre al collegamento con capichave metallici che impediscano la traslazione, si possono

realizzare cordoli-tirante in legno o in metallo opportunamente connessi sia alle murature che alle orditure in legno del tetto (cuffie metalliche), a formare al tempo stesso un bordo superiore delle murature resistente a trazione, un elemento di ripartizione dei carichi agli appoggi delle orditure del tetto e un vincolo assimilabile ad una cerniera tra murature e orditure.”

Interventi volti a ridurre le carenze dei collegamenti:

“Cordoli in sommità alla muratura possono costituire una soluzione efficace per collegare le pareti, in una zona dove la muratura è meno coesa a causa del limitato livello di compressione, e per migliorare l’interazione con la copertura; va invece evitata l’esecuzione di cordolature ai livelli intermedi, eseguite nello spessore della parete (specie se di muratura in pietrame), dati gli effetti negativi che le aperture in breccia producono nella distribuzione delle sollecitazioni sui paramenti. Questi possono essere realizzati nei seguenti modi:

- in muratura armata, consentendo di realizzare il collegamento attraverso una tecnica volta alla massima conservazione delle caratteristiche murarie esistenti. Essi, infatti, devono essere realizzati con una muratura a tutto spessore e di buone caratteristiche; in genere la soluzione più naturale è l’uso di una muratura in mattoni pieni. All’interno deve essere alloggiata un’armatura metallica, resa aderente alla muratura del cordolo tramite conglomerato, ad esempio malta cementizia. La realizzazione di collegamenti tra cordolo e muratura, eseguita tramite perfori armati disposti con andamento inclinato, se necessaria risulta efficace solo in presenza di muratura di buona qualità. Negli altri casi è opportuno eseguire un consolidamento della muratura nella parte sommitale della parete ed affidarsi all’aderenza ed al contributo dell’attrito.

- in acciaio, rappresentando una valida alternativa per la loro leggerezza e la limitata invasività. Essi possono essere eseguiti attraverso una leggera struttura reticolare, in elementi angolari e piatti metallici, o tramite piatti o profili sui due paramenti, collegati tra loro tramite barre passanti; in entrambi i casi è possibile realizzare un accettabile collegamento alla muratura senza la necessità di ricorrere a perfori armati. In presenza di muratura di scarsa qualità, l’intervento deve essere accompagnato da un’opera di bonifica della fascia di muratura interessata. I cordoli metallici si prestano particolarmente bene al collegamento degli elementi lignei della copertura e contribuiscono all’eliminazione delle eventuali spinte.

- in c.a., solo se di altezza limitata, per evitare eccessivi appesantimenti ed irrigidimenti, che si sono dimostrati dannosi in quanto producono elevate sollecitazioni tangenziali tra cordolo e muratura, con conseguenti scorrimenti e disgregazione di quest’ultima. In particolare, tali effetti si sono manifestati nei casi in cui anche la struttura di copertura era stata irrigidita ed appesantita. Nel caso di cordolo in c.a. è in genere opportuno un consolidamento della muratura in prossimità dello stesso, in quanto comunque è diversa la rigidità dei due elementi. Il collegamento tra cordolo e muratura può essere migliorato tramite perfori armati...”