

**Verifica della lunghezza minima di infissione:**

$$l_{inf} = 22 \text{ mm} > l_{inf,min} = 6 \cdot d = 18.6 \text{ mm} \quad \checkmark$$

**Verifica dello spessore minimo degli elementi in assenza di preforatura:**

$$t = 24 \text{ mm} > t_{min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 7d = 21.7 \text{ mm} \\ (13d - 30) \frac{F_k}{400} \cong 9.0 \text{ mm} \end{array} \right. \quad \checkmark$$

**Verifica degli elementi ( 2.4 x 12 cm, S10 (C24),  $f_{t,0,k} = 14 \text{ N/mm}^2$  ):**

non si considerano riduzioni di sezione per la presenza dei connettori in quanto  $d < 6 \text{ mm}$  ed inoltre assenza di preforo

**Aste e coprigiunto centrale:** sono sollecitate simmetricamente da una forza pari a  $N_d/2 = 20 \text{ kN}$

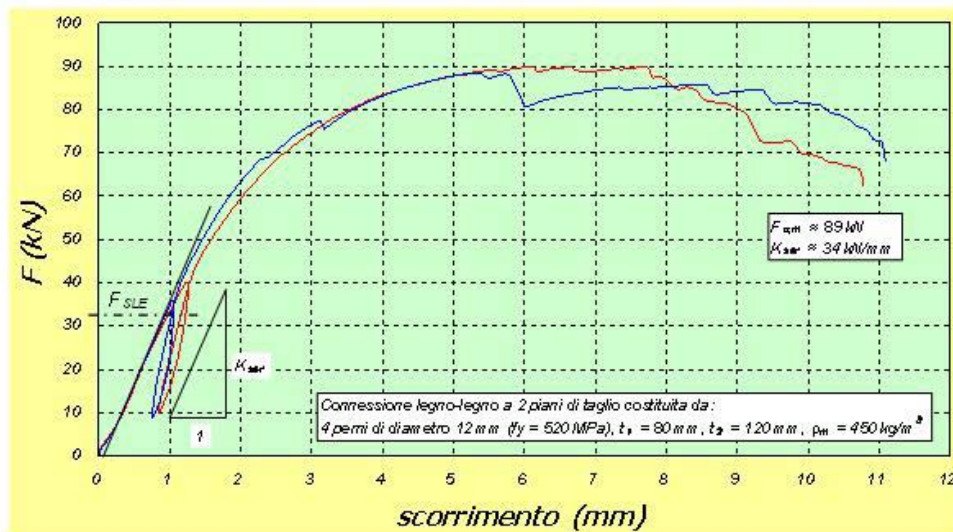
$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_d/2}{A} = \frac{20000 \cdot \text{N}}{24 \cdot 120 \text{ mm}^2} = 6.94 \text{ N/mm}^2 < f_{t,90,d} = k_{mod} \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_m} = 0.8 \frac{14}{1.3} = 8.6 \text{ N/mm}^2 \quad \checkmark$$

**Coprigiunti laterali:** sono sollecitate in modo non simmetricamente da una forza pari a  $N_d/4 = 10 \text{ kN}$

$$\sigma_{t,0,d} = 1.5 \frac{N_d/2}{A} = 1.5 \frac{10000}{24 \cdot 120} = 5.2 \text{ MPa} < f_{t,90,d} = 8.6 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

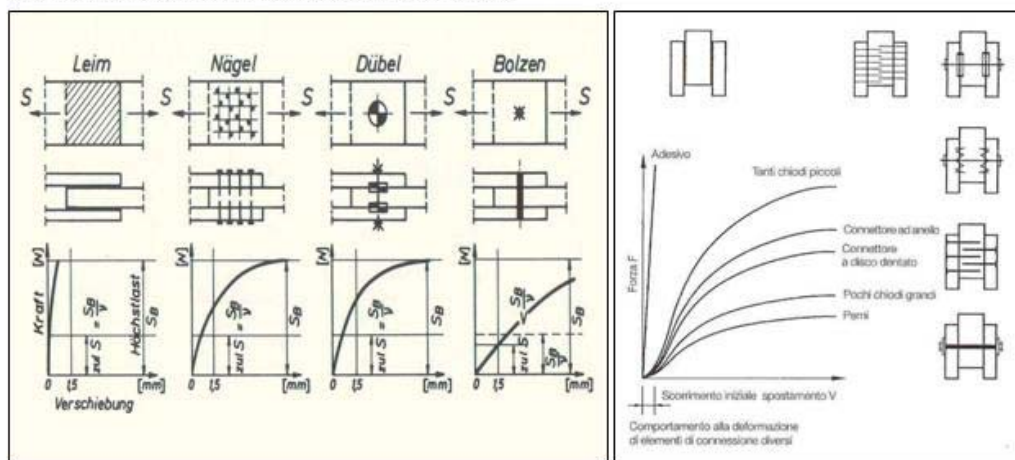
**4. Rigidezza delle connessioni con connettori cilindrici**

La rigidezza di una connessione è la forza necessaria per imporre alla connessione uno scorrimento (slip) unitario.



Le connessioni più rigide sono quelle incollate, seguono quelle realizzate con tanti piccoli connettori cilindrici, poi quelle con pochi connettori grandi ed infine quelle con bulloni (gioco foro-bullone).

Come regola generale si può affermare che le connessioni più rigide sono quelle che riescono a distribuire il più uniformemente possibile le sollecitazioni provenienti dai connettori sull'intero volume degli elementi.



La rigidità delle connessioni con connettori cilindrici dipende da numerosi fattori.

I principali sono:

il diametro del connettore, la densità degli elementi di legno, la geometria della connessione, la tipologia (connessioni legno-legno, legno-acciaio o legno-pannello), la modalità di rottura (e quindi la snellezza del connettore), la prefettura.

L'Eurocodice 5 fornisce una formula semplificata per il calcolo della rigidità in quanto questa grandezza è caratterizzata da grande variabilità:

$k_{ser}$ : rigidità (modulo di taglio) per piano di taglio e per connettore in corrispondenza dei carichi di servizio

| Connessioni legno-legno, legno-acciaio e legno-pannello     |   |
|---|---|
| Connessioni con perni, bulloni, viti e chiodi (con preforo) | Connessioni con chiodi (senza preforo)            |
| $k_{ser} = \frac{\rho_k^{1.5} \cdot d}{20}$                 | $k_{ser} = \frac{\rho_k^{1.5} \cdot d^{0.8}}{25}$ |

Si sottolinea che i valori forniti dalle formule rappresentano solo "un valore medio" della rigidità delle connessioni in quanto trascurano molti fattori.

Inoltre si sottolinea che  $k_{ser}$  è la rigidità elastica della connessione divisa per il numero di connettori ed il numero di piani di taglio di ogni connettore.

### Deformabilità del giunto precedentemente dimensionato

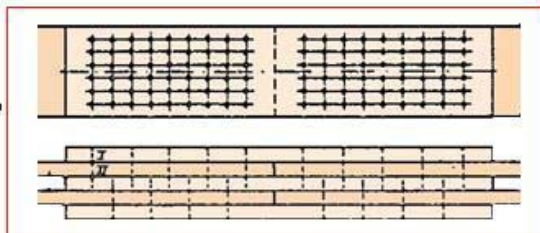
Il giunto è costituito da 2 connessioni simmetriche legno-legno costituite ognuna da 54 chiodi ad anelli 3.1 x 70 mm infissi senza preforo.

La sollecitazione ultima ( $N_{d,SLU}$ ) è pari a 40 kN, quella in corrispondenza allo stato limite di servizio ( $N_{d,SLE}$ ) è pari a 27.5 kN.

#### Rigidezza:

$$k_{ser} = \frac{p_k^{1.5} \cdot d^{0.8}}{25} = \frac{350^{1.5} \cdot 3.1^{0.8}}{25} \cong 650 \text{ N/mm}$$

$$K_{ser} = n_{conn} \cdot n_{sez} \cdot k_{ser} \cong 69.9 \text{ kN/mm}$$



#### Deformazione totale del giunto per carichi di servizio:

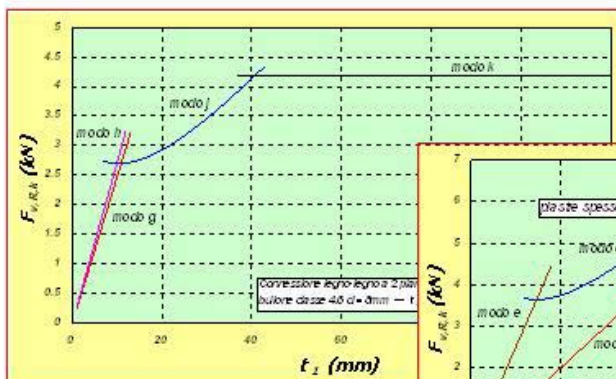
$$\delta_1 = \frac{N_{d,SLE}}{K_{ser}} = \frac{27.5}{69.9} \cong 0.39 \text{ mm}$$

Il giunto come detto è costituito da 2 connessioni, pertanto la deformazione totale è:

$$\delta_{tot} = 2 \cdot \delta_1 \cong 0.79 \text{ mm}$$

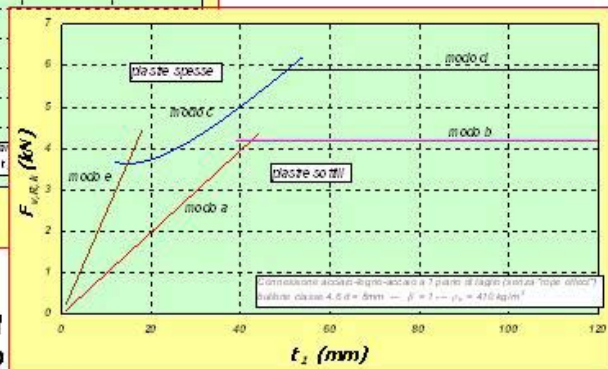
### 5. Efficienza ed ingombro dei connettori cilindrici

L'efficienza dei connettori a gambo cilindrico è essenzialmente connessa alla snellezza degli stessi. All'aumentare della snellezza (definibile come  $t_1/d$ ) infatti, a parità di altre condizioni, aumenta la capacità portante della connessione.

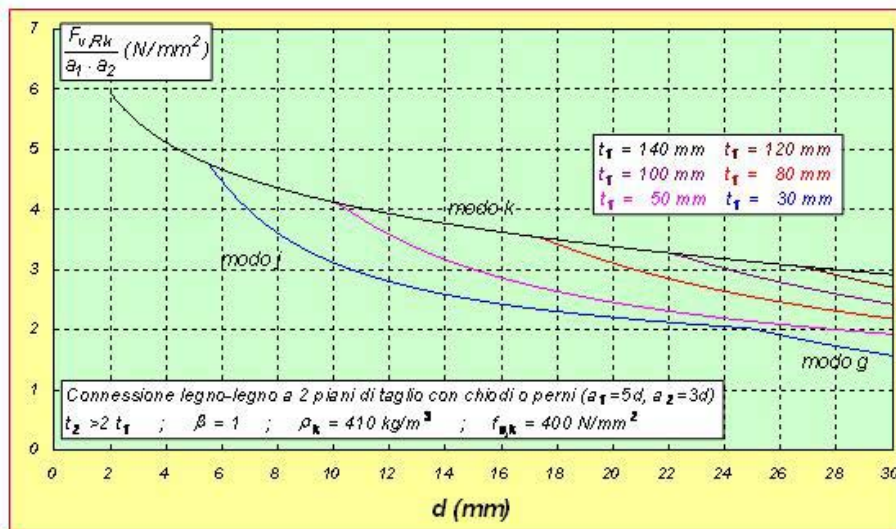


Connessione legno-legno a 2 piani di taglio

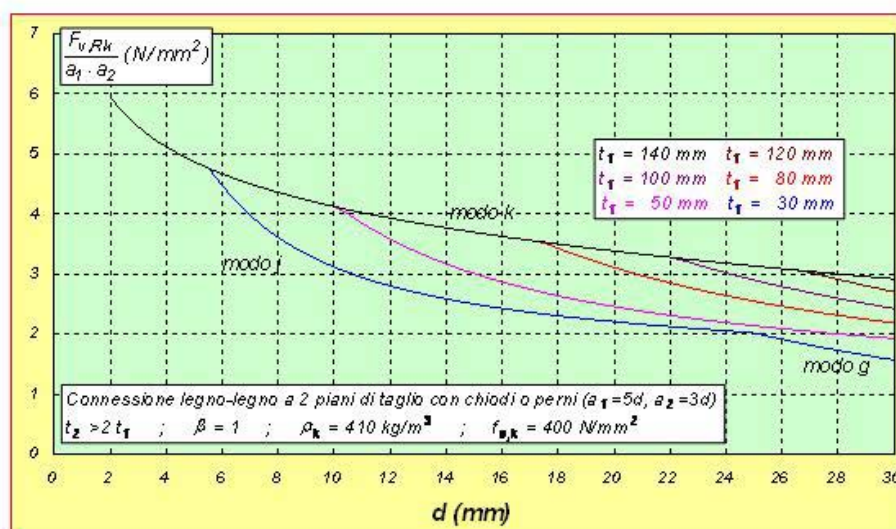
Connessione legno-acciaio a 1 piano di taglio



Se si definisce "efficienza" il rapporto fra la resistenza e l'area di rispetto del connettore (prodotto delle spaziature longitudinali e trasversali  $a_1$  e  $a_2$ ) si può osservare che i connettori più efficienti sono quelli di minore diametro.



Inoltre, si può osservare che al diminuire dello spessore  $t_f$  (e quindi della snellezza) l'efficienza diminuisce più velocemente in quanto si attivano di modalità di collasso meno resistenti.



Infine al concetto di efficienza è collegato l'ingombro della connessione.

Infatti usualmente il problema di progetto si presenta nel seguente modo:

"all'interno di una superficie degli elementi assegnata A, progettare una connessione capace di trasmettere una assegnata sollecitazione di calcolo  $S_d$ "

Pertanto:

$$S_d \leq n_{conn} \cdot F_{v,Rd} \quad \text{ma} \quad n_{conn} = \frac{A}{a_1 \cdot a_2}$$

$$\text{allora} \quad S_d \leq \left( \frac{A}{a_1 \cdot a_2} \right) \cdot F_{v,Rd} = A \cdot \left( \frac{F_{v,Rd}}{a_1 \cdot a_2} \right) = A \cdot \eta \quad (\eta = \text{efficienza})$$

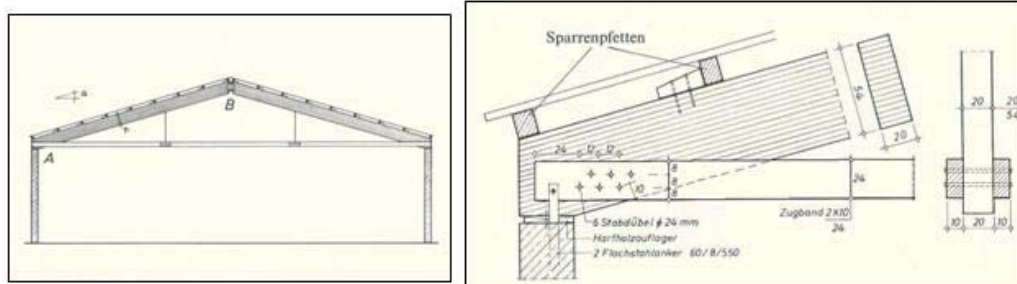
$$\text{per cui:} \quad A \geq \frac{S_d}{\eta}$$

da cui si vede che maggiore è l'efficienza e minore è l'ingombro della connessione.

## 6. Dimensionamento di una connessione con perni

### Dati:

- connessione legno – legno costituita da 6 perni  $\phi 24 \text{ mm}$  a 2 sezioni resistenti ( $f_u = 400 \text{ N/mm}^2$ )
- disposizione dei perni come da figura ( $a_1 = 120 \text{ mm} = 5d$ ,  $a_2 = 80 \text{ mm} > 3d$ )
- sollecitazione di calcolo nella catena pari a  $140 \text{ kN}$  derivante da combinazione di carico con azioni di breve durata ( $k_{mod} = 0.9$ )
- elementi in legno lamellare di abete rosso BS11 (GL24h) -  $\rho_k = 380 \text{ kg/m}^3$



**Resistenza di rifollamento:**

catena:  $f_{h,1,k} = 0.082 \cdot (1 - 24/100) \cdot 380 \cong 23.68 \text{ MPa}$

puntone (la forza trasmessa dai perni forma un angolo di  $15^\circ$  con le fibre):

$$f_{h,2,\alpha,k} = \frac{f_{h,2,0,k} (= f_{h,1,k})}{(1.35 + 0.015d) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \cong 22.61 \text{ MPa}$$

$$\beta = \frac{f_{h,2,\alpha,k}}{f_{h,1,k}} \cong 0.9546$$

**Momento plastico:**

$$M_{y,Rk} = 0.3 \cdot f_u \cdot d^{2.6} \cong 465300 \text{ Nmm}$$

**Resistenza caratteristica di 1 sezione di taglio ( $\beta=0.9546$ ,  $t_1=100 \text{ mm}$ ,  $t_2=200 \text{ mm}$ ):**

$$F_{v,Rk} = \min \left\{ \begin{array}{ll} f_{h,1,k} t_1 d & = 56.8 \text{ kN} \quad 8.7 (g) \\ 0.5 f_{h,2,k} t_2 d & = 54.3 \text{ kN} \quad 8.7 (h) \\ 1.05 \frac{f_{h,1,k} t_1 d}{2 + \beta} \left( \sqrt{2\beta(t_1 + \beta) + 4\beta(2 + \beta) \frac{M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_1^2}} - \beta \right) & \cong 24.3 \text{ kN} \quad 8.7 (i) \\ 1.15 \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \sqrt{2M_{y,Rk} f_{h,1,k} d} & \cong 26.1 \text{ kN} \quad 8.7 (k) \end{array} \right.$$

**Resistenza totale caratteristica:**

$$n_{ef} (2 \text{ righe di } 3 \text{ perni}): \quad n_{ef} = 2 \cdot \left( 4 \sqrt{\frac{5d}{13d}} \cdot 3^{0.9} \right) \cong 4.23$$

$$F_{v,ef,Rk} = n_{ef} \cdot n_{sez} \cdot F_{v,Rk} = 4.23 \cdot 2 \cdot 24.3 \cong 205.7 \text{ kN}$$

**Resistenza totale di calcolo:**

$$F_{v,eff,Rd} = k_{mod} \frac{F_{v,eff,Rk}}{\gamma_m} = 0.9 \frac{205.7}{1.3} = 142.43 \text{ kN} > F_{v,Ed} = 140 \text{ kN} \quad \checkmark$$

**Verifica delle spaziature minime e delle distanze dall'estremità e dai bordi:**

$$\text{per la catena } (\alpha = 0^\circ) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_1 = 120 \text{ mm} = a_{1,min} = 5 \cdot d = 120 \text{ mm} \\ a_3 = 240 \text{ mm} > a_{3,min} = 7 \cdot d = 168 \text{ mm} \\ a_2 = 80 \text{ mm} > a_{2,min} = 3 \cdot d = 72 \text{ mm} \\ a_4 = 80 \text{ mm} > a_{4,min} = 3 \cdot d = 72 \text{ mm} \end{array} \right. \quad \checkmark$$

mentre per il puntone ( $\alpha = 165^\circ$ ) basta verificare  $a_4 = 100 \text{ mm} > a_{4,min} = 3 \cdot d = 72 \text{ mm}$

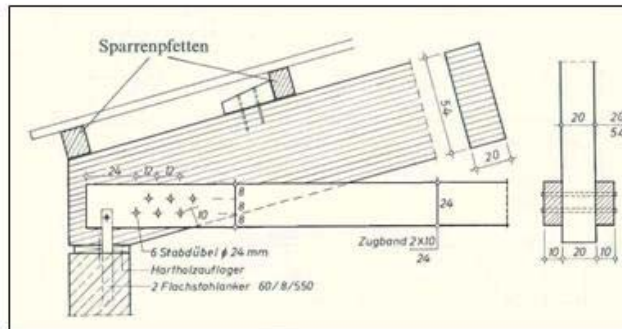
**Verifica della catena ( 2 x 10 x 24 cm, BS11 (GL24h),  $f_{t,0,k} = 16.5 \text{ N/mm}^2$  ):**

l'area netta della catena è:

$$A_{net} = 2 \cdot b \cdot h - 2 \cdot (b \cdot 2 \cdot d) = 2 \cdot 10 \cdot 24 - 2 \cdot (10 \cdot 2 \cdot 2.4) = 384 \text{ cm}^2$$

la catena riceve il carico eccentricamente attraverso la connessione, allora il carico deve essere amplificato del coefficiente 1.5:

$$\sigma_{t,0,d} = 1.5 \frac{N_d}{A_{net}} = 1.5 \frac{140000}{34800} = 6.03 \text{ MPa} < f_{t,90,d} = 0.9 \frac{16.5}{1.3} \cong 11.42 \text{ MPa} \quad \checkmark$$



## 7. Modello di calcolo per sollecitazioni parallele all'asse del connettore

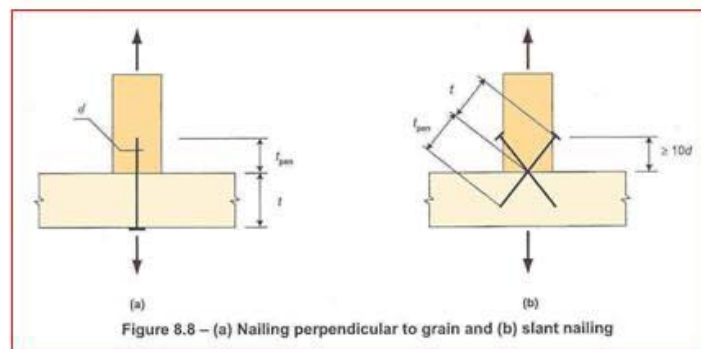
**Chiodi:**

La resistenza a estrazione dei chiodi è:

$$F_{ax,Rk} = \min \begin{cases} f_{ax,k} \cdot d \cdot t_{pen} \\ \begin{cases} f_{ax,k} \cdot d \cdot t + f_{head,k} \cdot d_h^2 & \text{per chiodi lisci} \\ f_{head,k} \cdot d_h^2 & \text{per chiodi ad aderenza migliorata} \end{cases} \end{cases}$$

dove la prima espressione corrisponde alla estrazione del gambo del chiodo dall'elemento che riceve la punta dello stesso, la seconda invece corrisponde all'estrazione della testa del chiodo.

dove:  $f_{ax,k}$  e  $f_{head,k}$  sono le resistenze caratteristiche a estrazione del gambo e a estrazione della testa  
 $t_{pen}$  e  $t$  sono la lunghezza di infissione del chiodo e lo spessore dell'elemento attraversato  
 $d$  e  $d_h$  sono il diametro del gambo e quello della testa



Le precedenti espressioni valgono per chiodi infissi in direzione perpendicolare alle fibre.

Esistono delle restrizioni:

- i chiodi infissi parallelamente alle fibre (di testa) dovrebbero essere considerati incapaci di trasmettere forze
- i chiodi lisci non si devono usare per sollecitazioni permanenti o di lunga durata
- per i chiodi ad aderenza migliorata  $t_{pen}$  non può essere maggiore della parte ad aderenza migliorata del gambo

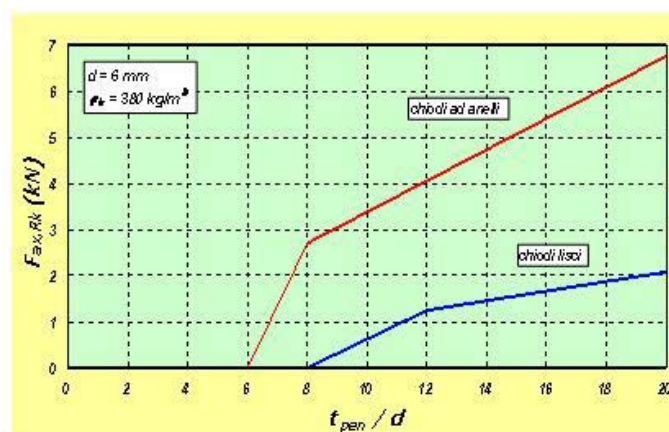
Resistenze caratteristiche:

per i chiodi lisci si ha:  $f_{ax,k} = 20 \cdot \left(\frac{\rho_k}{1000}\right)^2$        $f_{head,k} = 70 \cdot \left(\frac{\rho_k}{1000}\right)^2$

per i chiodi ad anello:  $f_{ax,k} = 65 \cdot \left(\frac{\rho_k}{1000}\right)^2$       (STEP1 – lezione C13)

Le precedenti espressioni valgono per lunghezze di infissione minime  $t_{pen}$  pari a  $12d$  per i chiodi lisci e a  $8d$  per quelli ad aderenza migliorata.

Nel caso di lunghezze minori (ma maggiori rispettivamente di  $8d$  e  $6d$ ) si devono apportare riduzioni:



Influenza dell'umidità:

In caso di elementi posti in opera con elevati tassi di umidità (e che quindi stagioneranno in opera), le resistenze caratteristiche  $f_{ax,k}$  e  $f_{head,k}$  devono essere ridotte di **1/3**.

Spaziature e distanze dai bordi:

Si applicano le medesime spaziature dei chiodi soggetti ad azioni taglianti.

Nel caso di chiodi inclinati, la distanza minima fra la testa del chiodo ed il bordo dell'elemento è  $10d$ .

Azioni combinate:

Nel caso di sollecitazioni combinate si deve verificare:

$$\left( \frac{F_{ax,Ed}}{F_{ax,Rd}} \right)^m + \left( \frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} \right)^m \leq 1$$

con  $m = 1$  per chiodi lisci e  $m = 2$  per quelli ad aderenza migliorata

Viti:

La resistenza a estrazione delle viti è:

$$F_{ax,\alpha,Rk} = n_{ef} \cdot (\pi \cdot d \cdot l_{ef})^{0,8} \cdot f_{ax,\alpha,k}$$

dove:

$$f_{ax,\alpha,k} = \frac{f_{ax,k}}{\sin^2 \alpha + 1.5 \cos^2 \alpha} \quad f_{ax,k} = 3.6 \cdot \left( \frac{\rho_k}{100} \right)^{1.5}$$

e:

$n_{ef}$  = numero di viti della connessione soggette a forze di estrazione

$l_{ef}$  = è la lunghezza di infissione (la sola parte filettata) meno 1 diametro

oltre all'estrazione si deve eseguire la verifica di estrazione della testa (come per i chiodi) e, quando  $l_{ef} > 10d$  anche la resistenza della vite a trazione

Lunghezza di infissione minima:  $l_{ef,min} = 6d$

Spaziature e distanze dai bordi:  $a_{1,min} = a_{2,min} = 4d$   
 $a_{3,min} = a_{4,min} = (4d / 2.5d)^*$

\* il valore minore per viti parallele alle fibre

Azioni combinate:

$m = 2$  come per i chiodi ad aderenza migliorata



Sebbene le piastre siano sottili ( $t = 2 \text{ mm} = d/2$ ), risultati sperimentali hanno dimostrato che nel caso di chiodi ad anello con gambo conico in prossimità della testa si ha comunque un effetto di incastro alle estremità dei chiodi anche per spessori sottili delle lamiere. Per tale motivo, per questa tipologia di chiodi, è possibile utilizzare i risultati delle piastre spesse (STEP 1 – lezione C13).

Resistenza di calcolo:  $F_{V,Rd} = k_{mod} \frac{F_{V,Rk}}{\gamma_m} = 0.9 \cdot \frac{1.66}{1.3} \cong 1.15 \text{ kN}$

Resistenza totale di calcolo:  $F_{V,tot,Rd} = n_{eff} \cdot F_{V,Rd} = 12 \cdot 1.15 \cong 13.83 \text{ kN}$

Verifica:

$$F_{V,tot,Rd} = 13.83 \text{ kN} > F_{V,tot,Ed} = 11 \text{ kN}$$



Si tenga presente inoltre che la differenza fra la sollecitazione di calcolo e la resistenza di calcolo nel caso di piastre sottili

$$\Delta F_{V,tot,Ed} = F_{V,tot,Ed} - F_{V,tot,Rd, \text{piastre sottili}} = 11 - (12 \cdot \frac{0.9}{1.3} \cdot 1.18) = 1.22 \text{ kN}$$

può essere agevolmente trasmessa per contatto fra la trave e la scarpa:

$$F_{c,90,Rd} = k_{mod} \frac{A_{cont} \cdot f_{c,90,k}}{\gamma_m} = 0.9 \cdot \frac{(100 \cdot 80) \cdot 2.7}{1.3} \cong 14.95 \text{ kN}$$

e può essere altrettanto agevolmente sostenuta dalla lamiera di base.

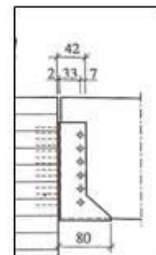
### **Connessione scarpa metallica – trave principale:**

La connessione è soggetta alla forza di taglio di calcolo che ha una eccentricità di 35 mm (si assume agire in asse alla connessione della trave secondaria).

Pertanto le sollecitazioni di calcolo sono:

$$F_{V,tot,Ed} = 11 \text{ kN} \quad M_{Ed} = F_{V,tot,Ed} \cdot e = 11 \cdot 0.035 = 0.385 \text{ kNm}$$

e la connessione è soggetta a sollecitazioni di taglio e trazione (estrazione)



### **Sollecitazione di taglio**

La forza di taglio si ripartisce uniformemente sui connettori:

$$F_{V,Ed} = \frac{F_{V,tot,Ed}}{n} = \frac{11000}{24} = 458.33 \text{ N}$$

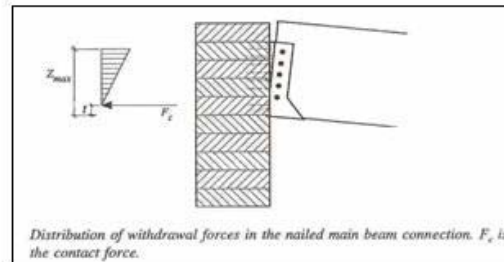
### **Resistenza di taglio**

Si assume la resistenza di calcolo già calcolata per la connessione con piastre spesse:

$$F_{V,Rd} = k_{mod} \frac{F_{V,Rk}}{\gamma_m} = 0.9 \cdot \frac{1.66}{1.3} \cong 1.15 \text{ kN}$$

**Sollecitazione di estrazione**

La sollecitazione di estrazione si può agevolmente calcolare se si suppone una distribuzione lineare delle forze di trazione sui connettori ed inoltre una distribuzione costante delle tensioni di compressione fra trave principale e trave secondaria.



Sotto queste ipotesi se si scrive l'equilibrio alla rotazione e l'equilibrio alla traslazione sulla sezione di contatto, si può scrivere:

$$F_i = \frac{M}{k}(z_i - t) \quad \text{con} \quad k = \sum_{i=1}^n (z_i - t)^2 + \frac{t}{2} \cdot \sum_{i=1}^n (z_i - t) \quad \text{e} \quad \sigma_{c,90} = \frac{1}{b \cdot t} \cdot \sum_{i=1}^n F_i$$

dove  $t$  è l'altezza della superficie di contatto fra trave principale e secondaria e  $z_i$  è la distanza dell' $i$ -esimo connettore dal bordo inferiore della trave secondaria.

Imponendo che la tensione di contatto  $\sigma_{c,90}$  sia uguale alla resistenza di compressione caratteristica  $f_{c,90,k} = 2.7 \text{ N/mm}^2$  si ha:

$$t = 16 \text{ mm} \quad ; \quad k = 66615 \text{ mm}^2 \quad \text{e} \quad F_{\max} = \frac{M}{k}(z_{\max} - t) = 676.2 \text{ N}$$

**Resistenza di estrazione**

La resistenza ad estrazione per i chiodi ad anello è (STEP1 – lezione C13):

$$f_{ax,k} = 65 \cdot \left( \frac{\rho_k}{1000} \right)^2 = 65 \cdot 0.38^2 \cong 9.4 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{ax,Rk} = f_{ax,k} \cdot d \cdot t_{pen} = 9.4 \cdot 4 \cdot 35 \cong 1314 \text{ N}$$

$$F_{ax,Rd} = k_{mod} \cdot \frac{F_{ax,Rk}}{\gamma_m} = 0.9 \cdot \frac{1314}{1.3} \cong 909 \text{ N}$$

**Verifica per azioni combinate**

$$\left( \frac{676.2}{909.7} \right)^2 + \left( \frac{458.3}{1152.4} \right)^2 = 0.743^2 + 0.398^2 = 0.553 + 0.158 = 0.71 \leq 1$$

